ภาคผนวก ก

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 1

สาระการเรียนรู้ การประยุกต์สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา **จำนวน** 15 ชั่วโมง

แผนการเรียนที่ 1 เทคนิคการนับ เวลา 3 ชั่วโมง

สอนวันที่... ภาคเรียนที่ 1/55

....

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ เทคนิคการนับ
2. สามารถนับจำนวนผลลัพธ์โดยใช้เทคนิคการนับได้

สาระสำคัญ

การนับจำนวนผลลัพธ์ในการทดลองทางสถิติ เป็นสิ่งที่สำคัญที่จะนำไปสู่การคำนวณความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์

เทคนิคการนับ ประกอบด้วย หลักการคูณ (Multiplication Rule) หลักการบวก (Addition Rule) การเรียงสับเปลี่ยน (Permutation) และการจัดหมู่ (Combination)

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักศึกษาสามารถ

1. อธิบายได้ว่าเทคนิคการนับมีอะไรบ้าง
2. อธิบายเทคนิคการนับแต่ละวิธีได้
3. คำนวณจำนวนผลลัพธ์ที่เกิดจากการทดลองจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดได้

ด้านกระบวนการ นักศึกษาสามารถ

1. ให้เหตุผลได้
2. เชื่อมโยงความรู้
3. สื่อสาร สื่อความหมายของผลลัพธ์ของการคำนวณได้
4. แก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะพึงประสงค์ นักศึกษามีพฤติกรรม

1. กระตือรือร้นในการเรียนรู้
2. ทำงานร่วมกับเพื่อนในกลุ่มได้
3. ทำงานอย่างเป็นระบบ

กิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยแนะนำการเรียนในหัวข้อที่ผู้สอนรับผิดชอบรวมจำนวน 5 สัปดาห์ โดยบอกข้อตกลงของการเรียน การศึกษาความรู้จากเอกสาร 2 ชุด ที่ผู้วิจัยเรียบเรียงเพื่อประกอบการจัดกิจกรรมการเรียนการสอน การแบ่งกลุ่มการทำกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

ชั่วโมงที่ 1

1. ปฐมนิเทศชั่วโมงแรก โดยบอกข้อตกลงการเรียนการสอน
2. บอกวัตถุประสงค์ของการเรียน วิธีการเรียน และ การวัดผลประเมินผล
3. ทดสอบพื้นฐานความรู้เบื้องต้นโดยใช้แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ เรื่อง "การประยุกต์สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา"

ชั่วโมงที่ 2 – 3

ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1. สอบถามนักศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาในแบบทดสอบที่นักศึกษาได้ทำ
2. ซักถามและสำรวจพื้นฐานความรู้เดิมเกี่ยวกับความน่าจะเป็นและสถิติ
3. ให้นักศึกษาเล่าถึงปัญหา อุปสรรคและความรู้สึกที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และสถิติ
4. ให้นักศึกษาแบ่งกลุ่ม ๆละ 5 – 7 คน โดยมีการคละกันทั้งคนเก่งและอ่อน วิธีการแบ่งกลุ่มตามเกรดเฉลี่ยของนักศึกษา และให้มีการตั้งชื่อกลุ่มของตนเอง

ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่

1. ผู้วิจัยร่วมกับนักศึกษาร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับการเรียนรู้รายวิชาต่าง ๆที่หลักสูตรกำหนดให้เรียน และสอบถามถึงวิธีการเลือกเรียนรายวิชาเลือกเสรี การเลือกอาหารในโรงอาหาร การเดินทางมาเรียน เป็นต้นเรื่องส่วนใหญ่จะเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวนักศึกษา
2. ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอว่าเรื่องต่าง ๆที่กล่าวไปในข้อ 1 มีความเกี่ยวข้องอย่างไรกับการนับจำนวน

ขั้นเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

แจกสาระการเรียนรู้เรื่องเทคนิคการนับกับความน่าจะเป็น กำหนดให้นักศึกษาศึกษาเอกสารในหน้า 7 – 12 โดยใช้เวลาประมาณ 30 นาที ขณะที่นักศึกษากำลังศึกษา ผู้วิจัยได้สังเกตการศึกษาของนักศึกษาแต่ละกลุ่ม และช่วยอธิบายเมื่อสังเกตว่านักศึกษามีปัญหาและต้องความช่วยเหลือ

ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจในกลุ่ม

เมื่อครบกำหนดเวลาแล้ว ให้นักศึกษาอภิปรายความรู้และความเข้าใจของเนื้อหาที่ศึกษา ภายในกลุ่ม ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในกลุ่มว่ามีการช่วยเหลืออธิบายความรู้กันอย่างไร

ขั้นสรุปความรู้และจัดระเบียบความรู้

ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปความรู้ และเรียบเรียงเพื่อนำเสนอ

ขั้นแสดงผลงาน

ให้ส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้น โดยให้ใช้เวลากลุ่มละไม่เกิน 5 **นาที** โดยให้สรุปให้กระชับ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2

สาระการเรียนรู้ การประยุกต์สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา **จำนวน** 15 ชั่วโมง
แผนการเรียนที่ 2 ความน่าจะเป็น เวลา 3 ชั่วโมง
สอนวันที่.. ภาคเรียนที่ 1/55

....

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับ ความน่าจะเป็น
2. สามารถคำนวณความน่าจะเป็น โดยเชื่อมโยงเทคนิคการนับมาใช้ในการคำนวณได้
3. แสดงให้เห็นการนำประโยชน์ของความน่าจะเป็นไปใช้ในชีวิตประจำวัน

สาระสำคัญ

ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง คือ เซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปทั้งหมดจากการทดลอง

เหตุการณ์ คือ เซตย่อยของปริภูมิสิ่งตัวอย่าง

สัจพจน์ของความน่าจะเป็น มี 3 ข้อ คือ

1. ความน่าจะเป็นจะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1
2. ความน่าจะเป็นของเซตว่างมีค่าเป็น 0
3. ความน่าจะเป็นของปริภูมิสิ่งตัวอย่างจะมีค่าเป็น 1

วิธีการคำนวณความน่าจะเป็น มี 3 วิธี คือ

1. วิธีคลาสสิก คำนวณจากการหาอัตราส่วนของจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดของเหตุการณ์กับจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมดในปริภูมิสิ่งตัวอย่าง

2. วิธีความถี่สัมพัทธ์ คำนวณโดยการทดลองซ้ำ ๆกันแล้วนับจำนวนผลลัพธ์ที่เกิดในเหตุการณ์ที่สนใจ เปรียบเทียบกับจำนวนผลลัพธ์ทั้งหมด

3. วิธีจิตพิสัย เป็นการคำนวณโดยใช้ประสบการณ์ คาดเดา

กฎต่าง ๆที่สำคัญของความน่าจะเป็น มีดังนี้

กฎ 1 กำหนดให้ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ ของปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S
จะได้ว่า $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

กฎ 2 กำหนดให้ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ ของปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S และเป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน จะได้ว่า $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

กฎ 3 กำหนดให้ A เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ของปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S จะได้ว่า

$$P(A') = 1 - P(A)$$

ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ถ้ากำหนดให้เหตุการณ์ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A เมื่อทราบว่าเหตุการณ์ B ได้เกิดขึ้นแล้ว จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ P(A/B) โดยที่

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{เมื่อ } P(B) \neq 0$$

เหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกัน

ถ้ากำหนดเหตุการณ์ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ เหตุการณ์ A และ B จะเป็น**อิสระ**ต่อกันก็ต่อเมื่อ $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

กฎของเบส์

ถ้ามีเหตุการณ์ $B_1, B_2, \ldots B_k$ เป็นผลแบ่งกั้น (partition) บนปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S และ A คือเหตุการณ์สำคัญที่เกิดขึ้นบน ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ B_1 หรือ B_2 หรือ...B_k เหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง เมื่อทราบว่าเหตุการณ์ A ได้เกิดขึ้นแล้ว จะเขียนแทนด้วย $P(B_i/A)$ โดยที่

$$P(B_j/A) = \frac{P(B_j)P(A/B_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A/B_i)} \quad \text{สำหรับทุกค่า } i = 1,2,\ldots,k$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักศึกษาสามารถ

1. อธิบายได้ว่าความน่าจะเป็นหมายถึงอะไร
2. บอกสัจพจน์ของความน่าจะเป็นได้ว่ามีอะไรบ้าง
3. คำนวณความน่าจะเป็นจากโจทย์ปัญหาที่กำหนดได้

ด้านกระบวนการ นักศึกษาสามารถ

1. ให้เหตุผลได้
2. เชื่อมโยงความรู้
3. สื่อสาร สื่อความหมายของผลลัพธ์ของการคำนวณได้
4. มีวิธีแก้โจทย์ปัญหาอย่างเป็นระบบ

ด้านคุณลักษณะพึงประสงค์ นักศึกษามีพฤติกรรม

1. กระตือรือร้นในการเรียนรู้
2. ทำงานร่วมกับเพื่อนในกลุ่มได้
3. อภิปรายถกเถียงปัญหาในกลุ่มด้วยความมีเหตุผล
4. วิเคราะห์โจทย์ปัญหาก่อนการแก้ปัญหา

กิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยบอกคะแนนของนักศึกษาที่ได้ทดสอบก่อนเรียนไปในเรียนครั้งแรก และมีการให้เรียนรู้สาระความรู้เรื่อง ความน่าจะเป็น

กิจกรรมการเรียนการสอน ยังคงให้นักศึกษานั่งเรียนเป็นกลุ่ม กระจายกันในชั้นเรียนในการตอบคำถามในชั้นเรียนให้ตัวแทนของกลุ่มเป็นคนตอบ บางคำถามมีการแข่งขันกันระหว่างกลุ่ม การแบ่งกลุ่มการทำกิจกรรมการเรียนการสอน ดังนี้

ชั่วโมงที่ 4 - 6

1. บอกคะแนนที่นักศึกษาได้ทดสอบก่อนเรียนในชั่วโมงที่ 1
2. ยังไม่มีการเฉลยคำตอบ เนื่องจากจะต้องนำแบบทดสอบไปใช้ในการสอบเมื่อเรียนเนื้อหาจบ

ขั้นทบทวนความรู้เดิม

3. สอบถามนักศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาเทคนิคการนับ ถึงสิ่งที่ยังไม่เข้าใจ
4. สนทนาและซักถามแบบฝึกหัด และให้นักศึกษาส่งตัวแทนแต่ละกลุ่มเฉลยแบบฝึกหัด
5. ให้นักศึกษาเล่าถึงปัญหา อุปสรรค และความรู้สึก ในการทำแบบฝึกหัด

ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่

ผู้วิจัยร่วมกับนักศึกษาร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นในชีวิตประจำวัน เช่น ฝนตก กับการเข้าชั้นเรียน การคาดการณ์เกี่ยวกับผลการเรียนในรายวิชาต่าง ๆ เป็นต้น ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอว่าเรื่องต่าง ๆที่กล่าวไป มีความเกี่ยวข้องอย่างไรกับ คำว่า “โอกาส” หรือ “ความน่าจะเป็น”

ขั้นเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

แจกสาระการเรียนรู้เรื่องเทคนิคการนับกับความน่าจะเป็น กำหนดให้นักศึกษาศึกษาเอกสารในหน้า 1-6 และหน้า 12 – 25 โดยใช้เวลาประมาณ 50 นาที ให้นักศึกษากำหนดวิธีการศึกษาเอง (เนื่องจากผู้วิจัยได้แจกเอกสารไปล่วงหน้าตั้งแต่ชั่วโมงแรก) ภายในเวลาที่

กำหนด ขณะที่นักศึกษากำลังศึกษา ผู้วิจัยได้สังเกตวิธีการศึกษาของนักศึกษาแต่ละกลุ่ม และคอยช่วยให้คำอธิบายเมื่อสังเกตว่านักศึกษามีปัญหาและต้องความช่วยเหลือ

ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจในกลุ่ม

เมื่อครบกำหนดเวลาแล้ว ให้นักศึกษาอภิปรายความรู้และความเข้าใจของเนื้อหาที่ศึกษา ภายในกลุ่ม ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในกลุ่มว่ามีการช่วยเหลืออธิบายความรู้กันอย่างไร

ขั้นสรุปความรู้และจัดระเบียบความรู้

ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปความรู้ และเรียบเรียงเพื่อนำเสนอ

ขั้นแสดงผลงาน

เนื่องจากข้อจำกัดเรื่องเวลา ผู้วิจัยใช้วิธี การสุ่มกลุ่ม จำนวน 3 กลุ่มให้ส่งตัวแทนได้ 2 คน กลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้น โดยให้ใช้เวลากลุ่มละไม่เกิน 10 นาที โดยให้สรุปให้กระชับ

แผนการจัดการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้ การประยุกต์สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา **จำนวน** 15 ชั่วโมง
แผนการเรียนที่ 3 ข้อมูลสถิติ เวลา 3 ชั่วโมง
สอนวันที่.. ภาคเรียนที่ 1/55
....

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถบอกความหมายและระดับการวัดของข้อมูลได้
2. บอกความแตกต่างของสถิติพรรณนาและสถิติอ้างอิงได้
3. สามารถใช้สถิติพรรณนาในการบรรยายลักษณะของข้อมูลได้
4. สามารถเลือกใช้ค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลางในการบรรยายลักษณะข้อมูลได้อย่างเหมาะสมกับระดับการวัดของข้อมูล

สาระสำคัญ

ข้อมูลสถิติ หมายถึง ข้อเท็จจริงของเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เราสนใจจะศึกษา ซึ่งอาจจะเป็นตัวเลขหรือข้อความก็ได้

ระดับการวัดข้อมูลออกเป็น 4 ระดับ คือ มาตรวัดนามบัญญัติ (Nominal Scale) มาตรวัดเรียงลำดับ (Ordinal Scale) มาตรวัดอันตรภาค (Interval Scale) และมาตรวัดอัตราส่วน (Ratio Scale)

สถิติความหมายที่เป็นศาสตร์ แบ่งออก 2 ประเภท คือ สถิติพรรณา (Descriptive Statistics) และสถิติอ้างอิง

สถิติพรรณา คือ สถิติที่เกี่ยวกับการจัดการ การสรุป และการนำเสนอข้อมูลในลักษณะที่ให้สาระและเป็นประโยชน์สามารถนำไปใช้ได้

สถิติอ้างอิง คือ วิธีการทางสถิติที่ใช้ในค้นหาลักษณะบางอย่างของประชากร (Population) โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง (Sample)

ค่าวัดแนวโน้มสู่ส่วนกลาง ได้แก่ ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน และฐานนิยม

ค่าวัดตำแหน่ง ได้แก่ ควอไทล์ เดไซล์ และ เปอร์เซ็นไทล์

ค่าวัดการกระจาย ได้แก่ ค่าพิสัย ค่าความแปรปรวน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักศึกษาสามารถ

1. อธิบายความหมายและระดับการวัดของข้อมูลได้

2 คำนวณค่าวัดแนวโน้ม ค่าวัดตำแหน่ง และค่าวัดการกระจาย จากโจทย์ปัญหาที่กำหนดได้

ด้านกระบวนการ นักศึกษาสามารถ

1. ให้เหตุผลได้
2. เชื่อมโยงความรู้
3. สื่อสาร สื่อความหมายของผลลัพธ์ของการคำนวณได้
4. แก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะพึงประสงค์ นักศึกษามีพฤติกรรม

1. มีการอ่านอย่างพินิจพิเคราะห์ (Critical Reading)
2. แสดงความคิดเห็นและอภิปรายในกลุ่มได้
3. สามารถเรียบเรียงคำพูดและอธิบายให้เพื่อนฟังได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยอธิบายถึงหัวข้อเรื่อง "ข้อมูลสถิติ" ที่จะเรียนในแผนการเรียนรู้ที่ 3 ว่ามีความเชื่อมโยงอย่างไรกับหัวข้อ 2 หัวที่ผ่านมา มีการแจกเอกสารประกอบการสอนเรื่อง "สาระการเรียนรู้เรื่อง "การประยุกต์ใช้สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา"

กิจกรรมการเรียนการสอน การนั่งเรียนในชั้นเรียน ยังคงให้นักศึกษานั่งเรียนเป็นกลุ่มเหมือนเดิม ลักษณะการนั่งเรียนจะไม่เคร่งครัด ดังนั้นผู้เรียนอาจหันหลังให้หน้าชั้นเรียน แต่เน้นการที่ให้นักศึกษาหันหน้าเข้าหากลุ่มของตนเอง

ชั่วโมงที่ 7-9

ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1. สอบถามนักศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาและแบบฝึกหัดเรื่องความน่าจะเป็น ว่ายังมีข้อสงสัยหรือคำถามหรือไม่

2. บอกถึงความมุ่งหมายใหม่ของการสอนหัวข้อ "ข้อมูลสถิติ" และอธิบายให้เห็นถึงความเชื่อมโยงกับเนื้อหาเดิม 2 หัวข้อ

3. ซักถามและสำรวจพื้นฐานความรู้เดิมเกี่ยวกับสถิติ

4. ให้นักศึกษาเล่าถึงปัญหา อุปสรรคและความรู้สึกที่มีต่อวิชาสถิติที่เคยเรียนมาในชั้นมัธยมศึกษา

ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่

1. ผู้วิจัยร่วมกับนักศึกษาร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับสถิติที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

2. ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอเกี่ยวกับ ข้อมูลสถิติ ประโยชน์ของข้อมูลสถิติ และการนำเสนอข้อมูลสถิติที่พบเห็นในชีวิตประจำวัน

ขั้นเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

แจกสาระการเรียนรู้เรื่อง "การประยุกต์ใช้สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา " กำหนดให้นักศึกษา ศึกษาเอกสารในหน้า 1 – 15 โดยใช้เวลาประมาณ 30 นาที ขณะที่นักศึกษากำลังศึกษา ผู้วิจัยได้สังเกตการศึกษาของนักศึกษาแต่ละกลุ่ม และช่วยอธิบายเมื่อสังเกตว่านักศึกษามีปัญหาและต้องความช่วยเหลือ

ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจในกลุ่ม

เมื่อครบกำหนดเวลาแล้ว ให้นักศึกษาอภิปรายความรู้และความเข้าใจของเนื้อหาที่ศึกษา ภายในกลุ่ม ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในกลุ่มว่ามีการช่วยเหลืออธิบายความรู้กันอย่างไร

ขั้นสรุปความรู้และจัดระเบียบความรู้

ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปความรู้ และเรียบเรียงเพื่อนำเสนอ

ขั้นแสดงผลงาน

ให้ส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้น โดยให้ใช้เวลากลุ่มละไม่เกิน 5 นาที โดยให้สรุปให้กระชับ

แผนการจัดการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้ การประยุกต์สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา **จำนวน** 15 ชั่วโมง
แผนการเรียนที่ 4 ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เวลา 3 ชั่วโมง
สอนวันที่.. ภาคเรียนที่ 1/55

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถอธิบายความหมายของสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวได้
2. สามารถบอกได้ว่าค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่ใช้มีอะไรบ้าง
3. สามารถเลือกใช้ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ที่มีความเหมาะสมกับระดับการวัดของข้อมูลหรือตัวแปร

สาระสำคัญ

ค่าวัดความสัมพันธ์ เป็นค่าที่วัดเกี่ยวกับระดับความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัว ได้แก่ สหสัมพันธ์เพียร์สัน สหสัมพันธ์สเปียร์ลำดับ และสหสัมพันธ์พ้อยท์ไบซีเรียล เป็นต้น ระดับความสัมพันธ์ จะมีค่าอยู่ระหว่าง – 1 ถึง +1

ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน สำหรับกลุ่มตัวอย่าง ใช้ในกรณีที่ตัวแปรทั้งสองตัวมีระดับการวัดแบบอันตรภาคหรืออัตราส่วน มีสูตรในการคำนวณ ดังนี้

$$r = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x - \bar{x})^2 (y - \bar{y})^2}}$$

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมน เป็นสถิติที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 **ตัวที่**มีระดับการวัดอยู่ในระดับเรียงลำดับ สูตรที่ใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมน มีดังนี้

1. กรณีที่ลำดับในชุดข้อมูลมีค่าที่แตกต่างกันทั้งหมด

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n-1)}$$

2. กรณีที่ลำดับในชุดข้อมูลมีบางค่าที่มีลำดับเท่ากัน

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}$$

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ไบซีเรียล ใช้ในกรณีที่มีตัวแปรตัวหนึ่งมีระดับการวัดเป็นนามบัญญัติที่มีค่าเพียงแค่สองค่า และตัวแปรอีกตัวหนึ่งมีระดับการวัดแบบอันตรภาคหรืออัตราส่วน มีสูตรดังนี้

$$r_{pbis} = \frac{\bar{x}_p - \bar{x}_q}{s_t}\sqrt{pq}$$

ค่าไคสแควร์ เป็นการทดสอบความสัมพันธ์ของตัวแปรสองตัว กรณีที่ตัวแปรทั้งสองเป็นตัวแปรจำแนกประเภท (Categorical Variables) หรือมีระดับการวัดเป็นแบบนามบัญญัติหรือเรียงลำดับ ในการคำนวณระดับความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสอง สามารถคำนวณได้จากสูตร

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักศึกษาสามารถ

1. อธิบายได้ว่าความสัมพันธ์เป็นสถิติเชิงพรรณนาอย่างไร
2. อธิบายความหมายของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวได้
3. คำนวณเลือกค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวที่มีความเหมาะสมกับระดับการวัดของตัวแปรได้อย่างถูกต้อง
4. คำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรสองตัวได้

ด้านกระบวนการ นักศึกษาสามารถ

1. ให้เหตุผลได้
2. เชื่อมโยงความรู้
3. สื่อสาร สื่อความหมายของผลลัพธ์ของการคำนวณได้
4. แก้โจทย์ปัญหาได้

ด้านคุณลักษณะพึงประสงค์ นักศึกษามีพฤติกรรม

1. มีการอ่านอย่างพินิจพิเคราะห์ (Critical Reading)
2. แสดงความคิดเห็นและอภิปรายในกลุ่มได้
3. สามารถเรียบเรียงคำพูดและอธิบายให้เพื่อนฟังได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ผู้วิจัยอธิบายถึงหัวข้อเรื่อง "ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์" ที่จะเรียนในแผนการเรียนรู้ที่ 4 ว่ามีความเชื่อมโยงอย่างไรกับหัวข้อ "ข้อมูลสถิติ" การนั่งเรียนในชั้นเรียนของนักศึกษา ยังคงให้

นักศึกษานั่งเรียนเป็นกลุ่มเหมือนเดิม ลักษณะการนั่งเรียนจะไม่เคร่งครัด ดังนั้นผู้เรียนอาจหันหลังให้หน้าชั้นเรียน แต่เน้นการที่ให้นักศึกษาหันหน้าเข้าหากลุ่มของตนเอง

ชั่วโมงที่ 10 - 12

ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1. สอบถามนักศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาและแบบฝึกหัดเรื่องข้อมูลทางสถิติ ว่ามีข้อสงสัยหรือคำถามหรือไม่
2. ผู้วิจัยบอกถึงความมุ่งหมายใหม่ของการสอนหัวข้อ "ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์" และอธิบายให้เห็นถึงความเชื่อมโยงกับเนื้อหาเดิม
3. ซักถามและสำรวจความรู้เดิมเกี่ยวกับข้อมูลสถิติ

ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่

1. ผู้วิจัยร่วมกับนักศึกษาร่วมกันสนทนาเกี่ยวกับตัวแปรที่มีเกี่ยวข้องกันและพบเห็นได้ในชีวิตประจำวัน เช่น ถ้านักเรียนใช้เวลาในการดูหนังสือเพิ่มขึ้น ผลการเรียนจะเป็นอย่างไร หรือการออกกำลังเพิ่มขึ้น จะมีความสัมพันธ์กับสุขภาพอย่างไร
2. ให้แต่ละกลุ่มนำเสนอเกี่ยวกับ ตัวแปรสองตัวที่มีหรือไม่มีความสัมพันธ์ในชีวิตประจำวัน

ขั้นเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

กำหนดให้นักศึกษา ศึกษาเอกสารในหน้า 15 – 25 โดยใช้เวลาประมาณ 30 นาที ขณะที่นักศึกษากำลังศึกษา ผู้วิจัยได้สังเกตการศึกษาของนักศึกษาแต่ละกลุ่ม และช่วยอธิบายเมื่อสังเกตว่านักศึกษามีปัญหาและต้องการความช่วยเหลือ

ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจในกลุ่ม

เมื่อครบกำหนดเวลาแล้ว ให้นักศึกษาอภิปรายความรู้และความเข้าใจของเนื้อหาที่ศึกษา ภายในกลุ่ม ผู้วิจัยสังเกตพฤติกรรมของนักศึกษาในกลุ่มว่ามีการช่วยเหลืออธิบายความรู้กันอย่างไร

ขั้นสรุปความรู้และจัดระเบียบความรู้

ให้แต่ละกลุ่มร่วมกันสรุปความรู้ และเรียบเรียงเพื่อนำเสนอ

ขั้นแสดงผลงาน

ให้ส่งตัวแทนกลุ่มออกมานำเสนอหน้าชั้น โดยให้ใช้เวลากลุ่มละไม่เกิน 5 นาที โดยให้สรุปให้กระชับ ตัวแทนกลุ่มที่ออกมานำเสนอ จะต้องไม่ซ้ำกันในแต่ละครั้งที่มีการนำเสนอ

แผนการจัดการเรียนรู้

สาระการเรียนรู้ การประยุกต์สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา **จำนวน** 15 ชั่วโมง
แผนการเรียนที่ 5 การประยุกต์สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา

เวลา 3 ชั่วโมง

สอนวันที่.. ภาคเรียนที่ 1/55
....

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถยกตัวอย่างสถิติเชิงพรรณนา และสถิติอ้างอิงว่านำไปใช้ประโยชน์ในวิชาชีพต่าง ๆได้อย่างไร
2. สามารถบอกได้ว่า สถิติเชิงพรรณนา และสถิติอ้างอิงว่านำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้อย่างไร

สาระสำคัญ

การนำประโยชน์ของสถิติพรรณนาและสถิติอ้างอิง ไปใช้ประโยชน์ในวิชาชีพ และชีวิตประจำวัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ นักศึกษาสามารถ

1. อธิบายได้ว่าสถิติเชิงพรรณนา และสถิติอ้างอิงว่านำไปใช้ประโยชน์ในวิชาชีพต่าง ๆได้อย่างไร
2. อธิบายได้ว่าสถิติเชิงพรรณนา และสถิติอ้างอิงว่านำไปใช้ประโยชน์ในชีวิตประจำวันได้อย่างไร

ด้านกระบวนการ นักศึกษาสามารถ

1. ให้เหตุผลได้
2. เชื่อมโยงความรู้

ด้านคุณลักษณะพึงประสงค์ นักศึกษามีพฤติกรรม

1. มีการอ่านอย่างพินิจพิเคราะห์ (Critical Reading)
2. แสดงความคิดเห็นและอภิปรายในกลุ่มได้
3. สามารถเรียบเรียงคำพูดและอธิบายให้เพื่อนฟังได้
4. ประยุกต์ใช้สถิติเชิงพรรณนาในชีวิตประจำวันได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ให้นักศึกษา อภิปราย หัวข้อ .สถิติใช้ประโยชน์ในการคาดการณ์และแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างไร (นักศึกแต่ละกลุ่ม ได้รับมอบหมายงาน ให้ไปศึกษาค้นคว้าและเตรียมมาล่วงหน้าก่อนการอภิปราย 1สัปดาห์)

ชั่วโมงที่ 13 – 14

ขั้นทบทวนความรู้เดิม

1. สอบถามนักศึกษาเกี่ยวกับเนื้อหาและแบบฝึกหัดเรื่อง ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ว่ามีข้อสงสัยหรือคำถามหรือไม่

2. ผู้วิจัยบอกถึงความมุ่งหมายของกิจกรรมการเรียนการสอนในชั่วโมงที่ 13 – 14 จะเป็นลักษณะที่ให้นักศึกษาแต่ละกลุ่ม ส่งตัวแทน ร่วมอภิปราย หัวข้อ สถิติใช้ประโยชน์ในการคาดการณ์และแก้ปัญหาในชีวิตประจำวันได้อย่างไร

ขั้นแสวงหาความรู้ใหม่

นักศึกษา จะได้เรียนรู้วิธีการนำเสนอความรู้ ความคิดเห็น และการถกเถียงเชิงวิชาการ และการเรียนรู้ในบางเรื่องที่ตนเองยังไม่รู้จากกลุ่มก่อนการนำเสนอ

ขั้นเชื่อมโยงความรู้เดิมกับความรู้ใหม่

นักศึกษาจะมีโอกาสที่แสดงความรู้ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้เดิมและความรู้ใหม่ โดยผ่านการฟัง การตอบและการตั้งคำถามภายในกลุ่ม

ขั้นแลกเปลี่ยนความรู้ ความเข้าใจในกลุ่ม

นักศึกษาได้แลกเปลี่ยนความรู้ ที่ได้จากการค้นคว้าเพิ่มเติม และนำเสนอในกลุ่ม

ขั้นสรุปความรู้และจัดระเบียบความรู้

กลุ่มสรุปความรู้ และเรียบเรียงเพื่อนำเสนอ

ขั้นแสดงผลงาน

ให้ส่งตัวแทนกลุ่มออกมาร่วมอภิปราย

ชั่วโมงที่ 15

ทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และทำแบบประเมินความพึงพอใจ

****

ภาคผนวก ข

สาระการเรียนรู้
เรื่อง เทคนิคการนับและความน่าจะเป็น

ในชีวิตประจำวันของเรา มักจะมีความไม่แน่นอนเข้ามาเกี่ยวข้องเสมอ เช่น นักศึกษาอาจจะเข้าชั้นเรียนไม่ทันถ้าฝนตกหนักหรือมีอุบัติเหตุรถชนกันระหว่างทาง เราอาจโชคดีได้รับรางวัลจากการจับสลากในงานกาชาด หรือร้านอาหารที่ริมชายหาดอาจมีลูกค้าเข้าร้านจำนวนมากในวันสุดสัปดาห์ เป็นต้น จะเห็นได้ว่า "ความไม่แน่นอน" เป็นสิ่งที่ยังไม่เกิดขึ้นแต่เราคาดการณ์ว่าจะเกิดขึ้น ในทางสถิติเรียกคำ ๆนี้ว่า "ความน่าจะเป็น" (probability) หรือ "โอกาส" (chance) ซึ่งคำว่า ความน่าจะเป็น จะมีเกี่ยวข้องกับคำ ๆ อื่น เช่น การทดลอง (experimental) ผลลัพธ์ (outcomes) ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง (sample space) และเหตุการณ์ (event)

ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง

ก่อนที่กล่าวถึงปริภูมิสิ่งตัวอย่าง จะต้องทำความเข้าใจเกี่ยวกับ "การทดลอง" และ "ผลลัพธ์" ในทางสถิติ การทดลอง หมายถึงการกระทำที่ทำให้เกิดผลต่าง ๆที่เป็นไปได้ เช่น การโยนเหรียญ จะเกิดผล "เหรียญหงายหัว" หรือ "เหรียญหงายก้อย" นักศึกษาเข้าสอบวิชาสถิติ ถ้าเราสนใจว่าสอบได้หรือสอบตก ผล ก็จะมีแค่ 2 อย่างคือ "สอบได้" หรือ "สอบตก" แต่ถ้าเราสนใจคะแนนที่นักศึกษาได้ ผลที่เป็นไปได้ก็จะมีตั้งแต่ 0 จนถึงคะแนนสูงสุดของวิชาสถิติ ผลของการทดลอง ในทางสถิติเรียกว่า "ผลลัพธ์"

ตัวอย่าง 1 โดยทั่วไปในการวิ่งแข่งขัน 100 เมตร นักศึกษาจะใช้เวลาวิ่งไม่เกิน 5 นาที ถ้าหากสนใจระยะเวลาที่นักศึกษาคนหนึ่งวิ่งจากจุดเริ่มต้นถึงเส้นชัย จงหาว่า การทดลองคืออะไร และผลลัพธ์ของการทดลองเป็นอะไรได้บ้าง

วิธีทำ จากโจทย์ การทดลอง คือ การวิ่งระยะทาง 100 เมตร

ผลลัพธ์ คือ ระยะเวลาที่นักศึกษาใช้ในการวิ่งจากจุดเริ่มต้นถึงเส้นชัย ซึ่งก็จะมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 5 นาที

เนื่องจาก "ระยะเวลา" เป็นตัวแปรต่อเนื่อง ดังนั้นผลลัพธ์ของการทดลองนี้มีมีจำนวนอนันต์

ตัวอย่าง 2 แดงทำข้อสอบแบบเลือกตอบวิชาคณิตศาสตร์ จำนวน 10 ข้อ ถ้าสนใจว่าแดงทำผิดกี่ข้อ จงหาว่าการทดลองนี้คืออะไร และมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้อะไรบ้าง

วิธีทำ จากโจทย์ การทดลอง คือ การทำข้อสอบวิชาคณิตศาสตร์

ผลลัพธ์ คือ จำนวนข้อที่ตอบผิดที่เป็นไปได้คือ 0, 1, 2, ...,10 ข้อ

เนื่องจากตัวแปร "จำนวนข้อที่ตอบผิด" เป็นตัวแปรแบบไม่ต่อเนื่องและนับได้ถ้วน ดังนั้นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของการทดลองนี้มี 11 ผลลัพธ์

ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง คือเซตของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการทดลองหนึ่ง ๆ

หมายเหตุ สัญลักษณ์ที่ใช้แทนปริภูมิสิ่งตัวอย่างคือ S

ตัวอย่าง 3 มาลี นิน่า และ ใบเฟิร์น ชวนกันไปเที่ยวเขาใหญ่ ได้จองห้องพัก 2 ห้อง โดยจะต้องมีคนใดคนหนึ่งนอนคนเดียว จงหาปริภูมิสิ่งตัวอย่างของการพักห้องว่าจะจัดห้องได้อย่างไรบ้าง

วิธีทำ เนื่องจากต้องมี 1 คนนอนคนเดียว ดังนั้นผลลัพธ์ของการจัดห้องที่เป็นไปได้ทั้งหมดมีดังนี้

1. มาลี , (นิน่า,ใบเฟิร์น)
2. นิน่า, (มาลี, ใบเฟิร์น)
3. ใบเฟิร์น, (นิน่า, มาลี)

ดังนั้น ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S คือ { มาลี , (นิน่า,ใบเฟิร์น), นิน่า, (มาลี, ใบเฟิร์น), ใบเฟิร์น, (นิน่า, มาลี) }

จำนวนผลลัพธ์ในปริภูมิสิ่งตัวอย่างมีจำนวนจำกัดคือ 3

ตัวอย่าง 4 .ในการทำข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบจำนวน 3 ข้อ ถ้าสนใจ

4.1 ทำถูกหรือผิด

4.2 จำนวนข้อที่ตอบถูก

จงหาปริภูมิสิ่งตัวอย่างของ ข้อ 4.1 และ 4.2

วิธีทำ ปริภูมิสิ่งตัวอย่างของข้อ 4.1 คือ

S = {(TTT), (TTF), (TFT), (TFF), (FFF), (FFT),(FTF), (FTT)}

โดยที่ T หมายถึงการทำข้อสอบถูก

F หมายถึงการทำข้อสอบผิด

ปริภูมิสิ่งตัวอย่างของข้อ 4.2 คือ

$S = \{0,1,2,3\}$

หมายเหตุ ในการทดลองหนึ่ง ๆ ปริภูมิสิ่งตัวอย่างอาจมีมากกว่า 1 เซต ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความสนใจว่าสนใจตัวแปรอะไร

ตัวอย่าง 5 ในการสอบวิชาภาษาไทย กำหนดเวลาสอบ 1 ชั่วโมง จงหาปริภูมิสิ่งตัวอย่างของระยะเวลา (คิดเป็นนาที) ที่นักศึกษาคนหนึ่งจะใช้ในการสอบ

วิธีทำ ระยะเวลาที่นักศึกษาใช้ในการสอบเป็นตัวแปรแบบต่อเนื่อง ซึ่งมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 60 นาที

ดังนั้น ปริภูมิสิ่งตัวอย่างของระยะเวลาที่นักศึกษาใช้ในการสอบคือ

$S = \{ x / 0 < x < 60 \}$

โดย x คือระยะเวลาที่นักศึกษาใช้ในการสอบ

ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง ในตัวอย่าง 5 เป็นเซตอนันต์

เหตุการณ์

ในการทดลองบางครั้งเราอาจสนใจผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นมากกว่า 1 ผลลัพธ์ เช่น ผลการสอบของนักศึกษา เราสนใจว่านักศึกษาจะทำข้อสอบถูก มากกว่า 5 ข้อจากการทำ 10 ข้อ

นั่นคือ เราสนใจว่าจะเกิดผลลัพธ์ 6, 7, 8, 9, หรือ 10 ข้อ กรณีนี้ผลลัพธ์ที่สนใจจะไม่ใช่ผลลัพธ์เดี่ยว แต่เป็นกลุ่มของหรือบางส่วนของผลลัพธ์ที่เป็นไปได้

เหตุการณ์ คือเซตย่อย (subset) ของปริภูมิสิ่งตัวอย่าง

หมายเหตุ โดยทั่วไปสัญลักษณ์ที่ใช้แทนเหตุการณ์ จะใช้พยัญชนะภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A หรือ E เป็นต้น

ตัวอย่าง 6 สมมุติว่าแดงมีสิทธิ์ที่จะเลือกเพื่อนร่วมเดินทางได้ 2 คน จากเพื่อนทั้งหมด 4 คนซึ่งประกอบด้วย ขาว ดำ เขียว และส้ม จงหา

6.1 ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง

6.2 เหตุการณ์ที่แดงจะเลือก ขาว และส้ม เป็นเพื่อนร่วมเดินทาง

6.3 เหตุการณ์ที่แดงจะเลือกได้ ขาวหรือส้ม เป็นเพื่อนร่วมเดินทางด้วย

วิธีทำ 6.1 ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด ที่แดงจะเลือกเพื่อนร่วมเดินทาง 2 คน มีดังนี้

a1 = (ขาว, ดำ) a4 = (ดำ, ส้ม)

a2 = (ขาว, ส้ม) a5 = (ดำ, เขียว)

a3 = (ขาว, เขียว) a6 = (เขียว, ส้ม)

ดังนั้นปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S = {a1, a2, a3, a4, a5, a6}

6.2 สนใจเหตุการณ์ที่แดงจะเลือก ขาวและส้มไปเป็นเพื่อนร่วมเดินทาง

ดังนั้น จาก S = {a1, a2, a3, a4, a5, a6}

ผลลัพธ์ที่ได้ ขาวและส้มเป็นเพื่อนร่วมเดินทาง มีผลลัพธ์เดียว คือ a2

ดังนั้น เหตุการณ์ที่แดงจะเลือก ขาวและส้มไปเป็นเพื่อนร่วมเดินทาง คือ

E = { a2 }

6.3 สนใจเหตุการณ์ที่แดงจะเลือก ขาวหรือส้มไปเป็นเพื่อนร่วมเดินทาง

ผลลัพธ์ที่ได้ ขาวและส้มเป็นเพื่อนร่วมเดินทาง มีหลายผลลัพธ์เดียว ได้แก่

a1, a2, a3, a4, และ a6

ดังนั้น เหตุการณ์ที่แดงจะเลือก ขาวและส้มไปเป็นเพื่อนร่วมเดินทาง คือ

E = { a1, a2, a3, a4, a6 }

คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ (complement) ถ้ากำหนดปริภูมิสิ่งตัวอย่างหนึ่งเป็น S เหตุการณ์ E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ E' หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ใน S แต่ไม่อยู่ใน E

ตัวอย่าง 7 จากตัวอย่าง 6 ต้องการหาเหตุการณ์ที่เพื่อนร่วมเดินทางของแดงจะใช่ขาวหรือส้ม

วิธีทำ จากตัวอย่าง 6 ได้ว่า เหตุการณ์ที่ไม่มีขาวหรือส้มเป็นเพื่อนร่วมเดินทางของแดง มีผลลัพธ์เดียว คือ a5 นั่นคือได้ เขียวและดำ เป็นเพื่อนร่วมเดินทาง

ดังนั้น ถ้า ให้ E คือ เหตุการณ์ที่แดงได้เพื่อนร่วมเดินทางเป็นขาวหรือส้ม

E' คือ เหตุการณ์ที่แดงไม่มีขาวหรือส้มเป็นเพื่อนร่วมเดินทาง

E' = { a5 }

จะเห็นว่าสมาชิกของ E' จะอยู่ใน S แต่ไม่เป็นสมาชิกของ E

อินเตอร์เซคชันของเหตุการณ์ (intersection) ถ้ากำหนดให้ปริภูมิสิ่งตัวอย่างหนึ่งเป็น S และกำหนด A และ B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ใด ๆ อินเตอร์เซคชันของเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B เขียนแทนด้วย $A \cap B$ หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B

ตัวอย่าง 8 หลักสูตรปริญญาตรีของมหาวิทยาลัยกำหนดให้นักศึกษาเลือกรายวิชาพื้นฐาน 1 รายวิชาจากรายวิชาพื้นฐาน 1 ที่กำหนดทั้งหมด 3 รายวิชา คือ คณิตศาสตร์พื้นฐาน วิทยาศาสตร์พื้นฐาน และคอมพิวเตอร์เบื้องต้น และเลือกรายวิชาเลือกเสรี 1 รายวิชาจากรายวิชาเลือกทั้งหมด 3 รายวิชาคือ การเพาะเห็ด ภาษาญี่ปุ่นเบื้องต้น และการบัญชีเบื้องต้น จงหา

8.1 ปริภูมิสิ่งตัวอย่างของรายวิชาพื้นฐานและรายวิชาเลือกเสรีที่นักศึกษาเลือก

8.2 ถ้ากำหนดให้ A คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกวิชาพื้นฐานคือคณิตศาสตร์พื้นฐาน และ B คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกวิชาเลือกเสรี รายวิชา การเพาะเห็ดหรือการบัญชีเบื้องต้น จงหา เหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกรายวิชาพื้นฐานคือคณิตศาสตร์พื้นฐานและเลือกรายวิชาเลือกเสรี การเพาะเห็ดหรือ การบัญชี

วิธีทำ ถ้าให้ a1 แทน รายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน

a2 แทน รายวิชาวิทยาศาสตร์พื้นฐาน

a3 แทน รายวิชาคอมพิวเตอร์เบื้องต้น

b1 แทน รายวิชาการเพาะเห็ด

b2 แทน รายวิชาภาษาญี่ปุ่นเบื้องต้น

b3 แทน รายวิชาการบัญชีเบื้องต้น

8.1 ปริภูมิสิ่งตัวอย่างของรายวิชาพื้นฐานและรายวิชาเลือกเสรีที่นักศึกษาเลือก คือ S = {(a1,b1), (a1,b2), (a1,b3), (a2,b1),(a2,b2),(a2,b3),(a3,b1), (a2,b2),(a2,b3),(a3,b1),(a3,b2),(a3,b3)}

8.2 จากโจทย์ A = {(a1,b1), (a1,b2),,(a1,b3)}

B = {(a1,b1),(a1,b3),(a2,b1),(a2,b3), (a3,b1), (a3,b3)}

เหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกรายวิชาพื้นฐานคือคณิตศาสตร์พื้นฐานและเลือกรายวิชาเลือกเสรี การเพาะเห็ดหรือ การบัญชี คือ $A \cap B$

ดังนั้น $A \cap B = \{(a1,b1), (a1,b2)\}$

ยูเนียนของเหตุการณ์ (union) ถ้ากำหนดให้ปริภูมิสิ่งตัวอย่างหนึ่งเป็น S และกำหนด A และ B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ใด ๆ ยูเนียนของเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B เขียนแทนด้วย $A \cup B$ หมายถึง เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเหตุการณ์ A หรือเหตุการณ์ B

ตัวอย่าง 9 จากโจทย์ในตัวอย่าง 8 จงหาเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์หรือรายวิชาเลือกเสรีการเพาะเห็ด

วิธีทำ ให้ A คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกรายวิชาพื้นฐานคือคณิตศาสตร์พื้นฐาน

$A = \{(a1,b1),(a1,b2),(a1,b3)\}$

B คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกรายวิชาเลือกเสรี การเพาะเห็ด

$B = \{(a1,b1),(a2,b1),(a3,b1)\}$

ดังนั้น เหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์หรือรายวิชาเลือกเสรีการเพาะเห็ด เขียนแทนด้วย $A \cup B$

จะได้ $A \cup B = \{(a1,b1),(a1,b2),(a1,b3), (a1,b1),(a2,b1),(a3,b1)\}$

เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน (mutually exclusive) ถ้าให้ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ เหตุการณ์ A และ B จะเป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน ก็ต่อเมื่อ $A \cap B = \phi$

ตัวอย่าง 10 จากโจทย์ในตัวอย่าง 8 ถ้าให้

A คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์

B คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกรายวิชาพื้นฐานภาษาญี่ปุ่น

C คือเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกรายวิชาเลือกเสรีการเพาะเห็ด

จงตรวจสอบว่า

10.1 เหตุการณ์ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันหรือไม่

10.2 เหตุการณ์ A และ C เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันหรือไม่

10.3 เหตุการณ์ B และ C เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันหรือไม่

วิธีทำ จากโจทย์ จะได้

A = {(a1,b1),(a1,b2),(a1,b3)}

B = {(a1,b2),(a2,b2),(a3,b2)}

C = {(a1,b1),(a1,b1),(a1,b1)}

10.1 เหตุการณ์ A และ B ไม่มีสมาชิกซ้ำกัน นั่นคือ $A \cap B = \phi$
ดังนั้น เหตุการณ์ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

10.2 เหตุการณ์ A และ C มีสมาชิกซ้ำกันคือ (a1,b1) นั่นคือ $A \cap B \neq \phi$
ดังนั้น เหตุการณ์ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกัน

10.3 เหตุการณ์ B และ C ไม่มีสมาชิกซ้ำกัน นั่นคือ $B \cap C = \phi$
ดังนั้น เหตุการณ์ B และ C เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

เทคนิคการนับ

ในการทดลองทางสถิติ สิ่งที่เราสนใจคือจำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดว่ามีจำนวนเท่าใด อะไรบ้าง โดยเฉพาะอย่างยิ่งจำนวนเท่าใดเป็นสิ่งที่สำคัญที่จะนำไปใช้ในการคำนวณความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ ดังนั้นในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงเทคนิคการนับ 4 วิธีคือ หลักการคูณ (multiplication rule) หลักการบวก (addition rule) การเรียงสับเปลี่ยน (permutation) และ การจัดหมู่ (combination)

หลักการคูณ ถ้าการกระทำหนึ่งมี 2 ขั้นตอน ขั้นตอนแรกทำได้ n วิธี ขั้นตอนที่ 2 ทำได้ m วิธี จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่จะทำงานนั้นมีได้เท่ากับ nm วิธี

ตัวอย่าง 11 **มหาวิทยาลัยกำหนดรายวิชาต่าง ๆเพื่อให้นักศึกษาเลือกลงทะเบียนดังนี้ รายวิชาพื้นฐาน มี 3 วิชา รายวิชาเลือกเสรี มี 4 วิชา นักศึกษาทุกคนจะต้องลงทะเบียนเรียนทั้งรายวิชาพื้นฐานและรายวิชาเลือกเสรี จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่เป็นไปได้ที่นักศึกษาจะเลือกลงทะเบียน**

วิธีทำ เนื่องจากว่านักศึกษาแต่ละคนจะต้องลงทะเบียนเรียนทั้งรายวิชาพื้นฐานและรายวิชาเลือกเสรี ดังนั้นจึงถือว่าเป็นการกระทำ 2 ขั้นตอน โดยขั้นตอนที่ 1 คือการเลือกรายวิชาพื้นฐานซึ่งมี 3 รายวิชา นั่นคือขั้นตอนที่ 1 มี 3 วิธี และขั้นตอนที่ 2 คือการเลือกรายวิชาเสรี ซึ่งมี 4 รายวิชา นั้นคือขั้นตอนที่ 2 มี 4 วิธี

โดยใช้กฎการคูณ จะได้ว่าจำนวนวิธีการเลือกรายวิชาพื้นฐานและรายวิชาเลือกเสรีที่เป็นไปได้จะมีทั้งหมด $3 \times 4 = 12$ วิธี

หมายเหตุ ในเรื่องของกฎการคูณ ถ้ามีการกระทำมากกว่า 2 ขั้นตอนก็สามารถขยายได้ นั่นคือ ถ้าการกระทำหนึ่งมี k ขั้นตอน ขั้นตอนที่ 1 มีทางเลือกได้ n_1 วิธี ขั้นตอนที่ 2 มีทางเลือกได้ n_2 วิธี ไปเรื่อย ๆจนถึงขั้นตอนที่ k มีทางเลือกได้ n_k วิธี จำนวนวิธีหรือจำนวนทางเลือกทั้งหมดที่เป็นไปได้จะเท่ากับ $n_1 n_2 \ldots n_k$ วิธี

กฎการบวก การกระทำหนึ่งถ้ามีทางเลือก 2 ทางเลือก ทางเลือกที่ 1 มี n วิธี ทางเลือกที่ 2 มี m วิธี จะมีวิธีการเลือกที่เป็นไปได้เท่ากับ $n + m$ วิธี

ตัวอย่าง 12 มหาวิทยาลัยกำหนดรายวิชาพื้นฐานให้เลือกดังนี้ กลุ่มวิชาคณิตศาสตร์มี 3 รายวิชา กลุ่มวิทยาศาสตร์มี 5 รายวิชา นักศึกษาต้องเรียนรายวิชาพื้นฐานเพียง 1 รายวิชา จะเลือกเรียนจากกลุ่มใดก็ได้ จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่เป็นได้ที่นักศึกษาจะเลือกเรียนรายวิชาพื้นฐาน

วิธีทำ เนื่องจากนักศึกษาจะต้องเลือกเรียนเพียง 1 รายวิชาเท่านั้น เริ่มต้นนักศึกษาจะต้องตัดสินใจว่าจะเลือกเรียนกลุ่มคณิตหรือกลุ่มวิทย์ ดังนั้น จึงมีทางเลือก 2 ทางเลือก ทางเลือกที่หนึ่งคือการเลือกกลุ่มคณิต ซึ่งมี 3 รายวิชา นั่นคือ $n = 3$ ทางเลือกที่สองคือการเลือกกลุ่มวิทย์ซึ่งมี 5 รายวิชา นั่นคือ $m = 5$ ดังนั้นสรุปได้ว่านักศึกษาจะมีวิธีการเลือกได้ทั้งหมด $3+5 =$ วิธี

หมายเหตุ ในเรื่องของกฎการบวก ก็เช่นเดียวกับกฎการคูณ ถ้ามีทางเลือกมากกว่า 2 ทางเลือก ก็สามารถขยายได้ นั่นคือ ถ้าการกระทำหนึ่งมี k ทางเลือก ทางเลือกที่ 1 มี n_1 วิธี ทางเลือกที่ 2 มีn_2 วิธี ไปเรื่อย ๆจนถึงทางเลือกที่ k มี n_k วิธี จำนวนวิธีหรือจำนวนทางเลือกทั้งหมดที่เป็นไปได้จะเท่ากับ $n_{1+} n_2 \ldots + n_k$ วิธี

การเรียงสับเปลี่ยน คือการเรียงสิ่งของจำนวนหนึ่ง ซึ่งอาจเรียงสิ่งของทั้งหมด หรือเพียงบางส่วน โดยลำดับที่ของสิ่งของที่ถูกเรียงมีความหมาย เช่น เรียงจำนวนเลข 2 จำนวน คือ 1 กับ 2 หากเรียง 1 ก่อน 2 ก็จะได้ 12 แต่ถ้าเรียง 2 ก่อน 1 ก็จะได้ 21 กรณีจะเห็นได้ว่าลำดับของจำนวนเลขมีความหมาย

ตัวอย่าง 13 ถ้ามีจำนวนเลข 3 จำนวน คือ 5, 6, และ 9 เมื่อนำจำนวนเลขทั้งหมดมาเรียงลำดับ จะเรียงสับเปลี่ยนได้กี่วิธี

วิธีทำ โดยการใช้หลักการคูณ จำนวนเลขที่มีอยู่มีทั้งหมด 3 จำนวน ดังนั้นจำนวนตำแหน่งก็จะมี 3 ตำแหน่ง คือ _ _ _

1 2 3

เริ่มต้นตำแหน่งที่ 1 เราสามารถเลือกได้จากตัวเลข 3 ตัว

ตำแหน่งที่ 2 เราสามารถเลือกได้จากตัวเลข 2 ตัว (เพราะเลือกไปในตำแหน่งที่ 1 แล้ว 1 ตัว)

ตำแหน่งที่ 3 เราสามารถเลือกได้จากตัวเลข 1 ตัว หรือจริง ๆแล้วก็ไม่ได้เลือก เพราะเหลือเพียง 1 ตัวเท่านั้น

ดังนั้นโดยใช้กฎของการคูณ จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนเลข 3 จำนวน เมื่อนำเลขทั้งหมดมาเรียงจะได้ $3 \times 2 \times 1 = 6$ วิธี ได้แก่ 569, 596, 659, 695, 956, และ 965

จำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยน จำนวนวิธีของการเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของจะคำนวณจากกฎพื้นฐานคือกฎการคูณนั่นเอง สรุปเป็นแต่ละเงื่อนไขได้ดังนี้

1. การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกันทั้งหมด จะเรียงได้ n! วิธี
   โดยที่ $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \ldots \times 1$ และ $0! = 1$
2. การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง ($r < n$) จะเรียงได้

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!} \text{ วิธี}$$

โดยที่ nPr หมายถึงจำนวนวิธีการเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของทั้งหมด n สิ่ง

3. การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่แตกต่างกัน โดยเรียงเป็นวงกลม จะเรียงได้ (n-1)! วิธี

4. การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของ n สิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกัน จะเรียงได้

$$\frac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}$$ โดยที่ $n_1 + n_2 ... + n_k = n$

ตัวอย่าง 14 มีพยัญชนะภาษาอังกฤษ 4 ตัวคือ a, c, n, และ w นำมาเรียงสับเปลี่ยนทั้ง 4 ตัวจะเรียงได้กี่วิธี

วิธีทำ พยัญชนะทั้ง 4 ตัวแตกต่างกัน นำมาเรียงสับเปลี่ยนทั้ง 4 ตัว จะเรียงได้เท่ากับ 4! วิธี หรือเท่ากับ 4 x 3 x 2 x 1 = 24 วิธี

ตัวอย่าง 15 มีพยัญชนะภาษาอังกฤษ 4 ตัวคือ a, c, n, และ w นำมาเรียงสับเปลี่ยนทั้ง 2 ตัวจะเรียงได้กี่วิธี

วิธีทำ พยัญชนะทั้ง 4 ตัวแตกต่างกัน นำมาเรียงสับเปลี่ยน 2 ตัว ใช้สูตรการคิดดังนี้

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

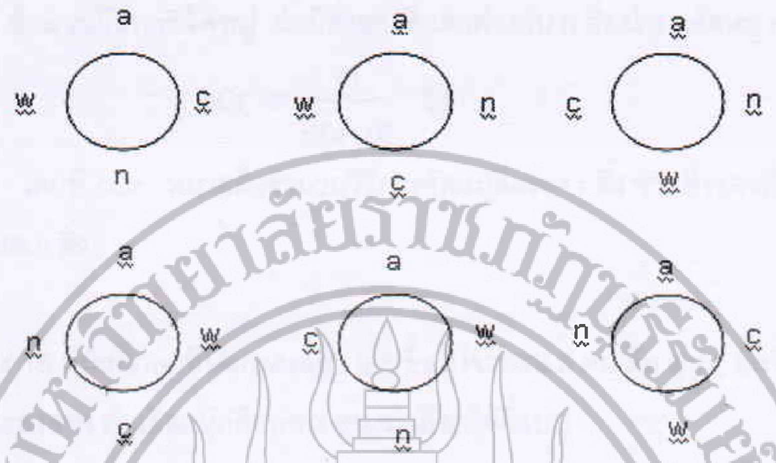
โดยที่ n = 4 และ r = 2 ดังนั้นจะเรียงได้เท่ากับ

$${}_4P_2 = \frac{4!}{(4-2)!} = \frac{4!}{2!} = \frac{4x3x2x1}{2x1} = 12 \text{ วิธี}$$

ตัวอย่าง 16 มีพยัญชนะภาษาอังกฤษ 4 ตัวคือ a, c, n, และ w นำมาเรียงสับเปลี่ยนเป็นวงกลม จะเรียงได้กี่วิธี

วิธีทำ การเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง จะเรียงได้ (n-1)! วิธี

ดังนั้นจะเรียงพยัญชนะภาษาอังกฤษ 4 ตัวคือ a, c, n, และ w เป็นวงกลมได้ (4-1)! = 6 วิธี ดังนี้



ตัวอย่าง 17 จงหาจำนวนวิธีในการเรียงสับเปลี่ยนพยัญชนะในคำ “statistics”

วิธีทำ คำ “statistics” จะมีพยัญชนะที่ไม่ซ้ำกันดังนี้ s, t, a, i, และ c โดย s มีซ้ำกัน 3 ตัว t มีซ้ำกัน 3 ตัว i มีซ้ำกัน 2 ตัว ที่เหลือ a และ c มีอย่างละ 1 ตัว กรณีเปรียบเหมือนมีสิ่งของ 10 สิ่งมีบางสิ่งที่ซ้ำกัน ดังนั้นจำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของสิ่งของ n สิ่งที่มีบางสิ่งซ้ำกัน จะเท่ากับ $\frac{n!}{n_1!n_2!...n_k!}$ โดย n_1 = จำนวนพยัญชนะ s = 3 , n_2 = จำนวนพยัญชนะ t = 3, n_3 = จำนวนพยัญชนะ i = 2, n_4 = จำนวนพยัญชนะ a = 1 และ n_4 = จำนวนพยัญชนะ c = 1

นั่นคือ จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนของพยัญชนะในคำ “statistics” จะเท่ากับ

$$\frac{10!}{3!3!2!1!1!} = 12{,}600 \text{ วิธี}$$

การจัดหมู่ คือการเรียงสิ่งของจำนวนหนึ่ง ซึ่งอาจเรียงสิ่งของเพียงบางส่วน โดยลำดับที่ของสิ่งของที่ถูกเรียงไม่มีความหมาย หรืออาจจะอธิบายง่าย ๆก็คือการจัดกลุ่มของสิ่งของนั่นเอง เช่น การเลือกตัวแทนนักศึกษา 3 คน จากกลุ่มนักศึกษาที่ได้เกรดเฉลี่ยสูง 5 คนแรก เราสามารถนักศึกษาคนไหนก่อนก็ได้ ซึ่งก็จะเป็น 3 คนที่เราเลือก ลำดับที่เลือกก่อนหลังไม่มีความหมาย

จำนวนวิธีการจัดหมู่ ถ้ามีสิ่งของที่แตกต่างกัน n สิ่ง นำมาจัดหมู่ r สิ่ง จะจัดได้

$$nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ วิธี}$$

โดยที่ nCr หมายถึงจำนวนวิธีการจัดหมู่สิ่งของ r สิ่ง จากสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด n สิ่ง

ตัวอย่าง 18 มีนักศึกษาที่ได้เกรดเฉลี่ย 3.5 ขึ้นไปจำนวน 5 คน คือ สุพร, สมจิต, ภาวิทย์, วินัย และองอาจ สุ่มเลือกนักศึกษา 3 คน จะเลือกได้กี่แบบ

วิธีทำ การสุ่มเลือกนักศึกษา 3 คน เป็นกรณีของการจัดหมู่ เพราะการจะเลือกได้ใครก่อนไม่มีความหมาย ดังนั้น เราจะใช้สูตร $nCr = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ ในการคำนวณหาจำนวนวิธี

ในที่นี้ n = 5 และ r = 3 เมื่อแทนค่าจะได้ $_5C_3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5x4x3x2x1}{(3x2x1)(2x1)} = 10$ วิธี

ซึ่งทั้ง 10 วิธีที่เป็นไปได้มีดังนี้

(สุพร,สมจิต) (สุพร,ภาวิทย์) (สุพร,วินัย) (สุพร,องอาจ) (สมจิต,ภาวิทย์)

(สมจิต,วินัย) (สมจิต,องอาจ) (ภาวิทย์,วินัย) (ภาวิทย์,องอาจ) (วินัย,องอาจ)

การคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์

จากที่กล่าวมาข้างต้นถ้ามีการทดลองที่มีปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S และมีเหตุการณ์ E สิ่งที่เราสนใจคือ ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ E เป็นอย่างไร ซึ่งก่อนที่จะกล่าวถึงวิธีการหาความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ เราควรจะรู้ว่า สัจพจน์ของความน่าจะเป็นมีอะไรบ้าง

สัจพจน์ของความน่าจะเป็น ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใด ๆในปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S และถ้ากำหนดให้ P(E) แทนความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ E สัจพจน์ของความน่าจะเป็น จะมีดังนี้

1. $0 \leq P(E) \leq 1$
2. $P(\phi) = 0$
3. $P(S) = 1$

จากสัจพจน์ 3 ข้อนี้หมายความว่า ค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใด ๆ จะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0 แต่ต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1 นอกจากนี้ยังได้ว่า ความน่าจะเป็นของเซตว่างจะเท่ากับ 0 และความน่าจะเป็นของปริภูมิสิ่งตัวอย่างหรือเกิดผลลัพธ์อย่างใดอย่างหนึ่งใน S จะมีค่าเท่ากับ 1

ตัวอย่าง 19 สุ่มตัวอย่างนักศึกษา 1 คนจากนักศึกษาทั้งหมด 20 คน แต่ละคนมีโอกาสถูกสุ่มเท่า ๆกัน

19.1 ถ้าสุพรเป็นนักศึกษาในห้องนี้ จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้สุพร

19.2 วินัยเป็นนักศึกษาอีกห้องหนึ่ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ วินัย

วิธีทำ 19.1 เนื่องจากว่ามีนักศึกษาทั้งหมด 20 คน แต่ละคนมีโอกาสถูกเลือกเท่า ๆกัน

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สุพรจะถูกเลือก = $\frac{1}{20}$

19.2 เนื่องจากว่าวินัยไม่ได้เป็นนักศึกษาในห้องที่ถูกสุ่มเลือก ดังนั้นความน่าจะเป็นที่วินัยจะถูกเลือก จึงเท่ากับ 0

ตัวอย่างนี้เป็นการแสดงให้เห็นว่า ค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใด จะมีค่าอยู่ระหว่าง 0 กับ 1

ตัวอย่าง 20 คะแนนสอบวิชาเต็ม 100 คะแนน จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนหนึ่งที่สอบวิชาคณิตศาสตร์จะได้คะแนน 120 คะแนน

วิธีทำ เนื่องจากว่าคะแนนเต็ม 100 การที่นักศึกษาจะได้คะแนนเต็ม 120 จึงเป็นเซตว่าง ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคนหนึ่งจะได้คะแนน 120 คะแนน จึงเท่ากับ 0

ตัวอย่างนี้แสดงให้เห็นว่า ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เป็นเซตว่างจะเท่ากับศูนย์เสมอ

ตัวอย่าง 21 ในห้องเรียนหนึ่งมีนักศึกษาที่ได้เกรดเฉลี่ย 3.8 ขึ้นไปจำนวน 3 คนคือ อาภา อาภรณ์ และ สุวิทย์ ถ้าอาจารย์ต้องการนักศึกษาที่มีเกรดเฉลี่ย 3.8 ขึ้นไปจำนวน 1 คน ช่วยตรวจแบบฝึกหัดของนักศึกษาในชั้นเรียน

21.1 จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ อาภรณ์

21.2 จงหาความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ อาภา หรืออาภรณ์ หรือสุวิทย์

วิธีทำ การทดลองนี้คือ การเลือกนักศึกษาที่ได้เกรดเฉลี่ย 3.8 ขึ้นไป ดังนั้นปริภูมิสิ่งตัวอย่างคือ S = { อาภา, อาภรณ์, สุวิทย์}

21.1 ถ้าให้ E คือเหตุการณ์ที่สุ่มได้อาภรณ์

$$P(E) = \frac{1}{3}$$

21.2 ความน่าจะเป็นที่จะสุ่มได้ อาภา หรือ อาภรณ์ หรือสุวิทย์ ก็คือ

$$P(S) = \frac{3}{3} = 1$$

เมื่อเราเข้าใจแล้วว่า สัจพจน์ของความน่าจะเป็นมีอะไรบ้าง ต่อไป จะเป็นการกล่าวถึง การคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใด ๆ มีวิธีการ 3 แบบ

1. วิธีคลาสสิก ถ้าการทดลองหนึ่ง ๆมีผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ n อย่าง แต่ละอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆกัน ถ้าให้ E แทนเหตุการณ์ที่เกิดผลลัพธ์ k อย่าง (k <n) จะได้ว่า

ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ E = $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{k}{n}$

โดยที่ n(E) คือ จำนวนผลลัพธ์ในเหตุการณ์ E

n(S) คือ จำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดใน S

ตัวอย่าง 22 รายการอาหารในโรงอาหารมีให้เลือก 3 อย่าง คือ แกงเผ็ดไก่ ผัดถั่ว และพะโล้ แม่ค้าขายข้าวพร้อมกับ 1 อย่าง ราคา 30 บาท นักศึกษาสั่งข้าว 1 จาน พร้อมกับบอกว่ากับข้าวอะไรก็ได้ จงหาความน่าจะเป็นที่

22.1 แม่ค้าจะตักข้าวกับผัดถั่ว

22.2 แม่ค้าจะตักข้าวกับผัดถั่วหรือแกงเผ็ดไก่

วิธีทำ ในที่นี้มีกับข้าว 3 อย่าง (n (S) = 3) แต่ละอย่างมีโอกาสถูกเลือกเท่า ๆกัน

2.21 ถ้าให้ E1 คือเหตุการณ์ที่แม่ค้าตักผัดถั่วให้นักศึกษา

E1 = { ผัดถั่ว } n(E1) = 1

ดังนั้น $P(E1) = \frac{1}{3}$

22.2 ถ้าให้ E2 คือเหตุการณ์ที่แม่ค้าตักผัดถั่วหรือแกงเผ็ดไก่ให้นักศึกษา

E2 = { ผัดถั่ว, แกงเผ็ดไก่ } n(E2) = 2

ดังนั้น $P(E2) = \frac{2}{3}$

2. วิธีใช้ความถี่สัมพัทธ์ ถ้ามีการทดลองซ้ำ ๆกัน n ครั้ง และเกิดผลลัพธ์ที่ต้องการ k ครั้ง ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่มีผลลัพธ์นั้น จะเท่ากับ $\frac{k}{n}$

ตัวอย่าง 23 จากภาคเรียนที่ผ่านมา ในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน1 มีชั่วโมงเรียน 16 ครั้ง นายการุณ มาสาย 5 ครั้ง ต่อมาในภาคเรียนถัดไป มีการเรียนรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน2 อาจารย์จะคาดการณ์ความน่าจะเป็นที่นายการุณจะมาเรียนสายในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน2 โดยใช้ข้อมูลภาคเรียนที่ผ่านมาได้อย่างไร

วิธีทำ ในที่นี้การมาเรียนก็คือการกระทำซ้ำ ๆ 16 ครั้ง ($n = 16$) นายการุณมาสาย 5 ครั้ง ($k = 5$) ดังนั้น อาจารย์สามารถคาดการณ์ความน่าจะเป็นที่นายการุณจะมาเรียนสายในรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน2 โดยการคำนวณความน่าจะเป็นแบบใช้ความถี่สัมพัทธ์ และใช้ข้อมูลของภาคเรียนที่ผ่านมา ได้ค่าความน่าจะเป็นเท่ากับ $\frac{5}{16} = 0.3125$

3. วิธีจิตพิสัย เป็นการหาความน่าจะเป็นโดยใช้ประสบการณ์คาดเดา เช่น จากประสบการณ์เราพบว่า ถ้าสภาพอากาศค่อนข้างมืดมัว เราก็จะคาดการณ์ว่าโอกาสที่ฝนจะตกค่อนข้างสูง หรือ เราอาจคาดการณ์ว่าโอกาสที่เราจะผ่านการสอบสัมภาษณ์ค่อนข้างสูง เพราะเราเดาจากผู้สัมภาษณ์ว่าพึงพอใจคำตอบของเรา เป็นต้น เนื่องจากว่าการหาความน่าจะเป็นโดยวิธีจิตพิสัย จะมีค่าไม่เท่ากันในแต่ละคนขึ้นกับประสบการณการรับรู้ของแต่ละคน ดังนั้นเมื่อกล่าวถึงการคำนวณความน่าจะเป็นจะใช้วิธีการคำนวณความน่าจะเป็น 2 วิธีแรกเท่านั้น

กฎต่าง ๆที่สำคัญในความน่าจะเป็น

ในการคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์หนึ่ง ๆนั้น หากเราทราบกฎบางกฎของความน่าจะเป็นจะทำให้การคำนวณทำได้ง่ายขึ้น กฎต่าง ๆที่สำคัญของความน่าจะเป็นมีดังนี้

กฎ 1 กำหนดให้ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ ของปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S

จะได้ว่า $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

กฎ 2 กำหนดให้ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ ของปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S และเป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน จะได้ว่า

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

กฎ 3 กำหนดให้ A เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ของปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S จะได้ว่า

$$P(A') = 1 - P(A)$$

ตัวอย่าง 23 สุ่มตัวอย่างนักศึกษาที่สำเร็จการศึกษาจากมหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ ปีการศึกษา 2553 จำนวน 250 คน พบว่าทำงานอยู่ในหน่วยงานต่าง ๆและได้รับเงินเดือนดังนี้

หน่วยงาน	เงินเดือน			
	< 10,000 บ.	10,000 – 20,000 บ.	>20,000 บ.	รวม
รัฐบาล	25	80	60	165
เอกชน	15	20	5	40
รัฐวิสาหกิจ	4	20	6	30
อื่น ๆ	2	10	3	15
รวม	46	130	74	250

ถ้าสุ่มนักศึกษา 1 คน จากกลุ่มตัวอย่างดังกล่าว จงหาความน่าจะเป็น

23.1 นักศึกษาจะทำงานในหน่วยงานเอกชนและได้เงินเดือน 10,000 – 20,000 บาท

23.2 นักศึกษาจะทำงานในหน่วยงานของรัฐบาลหรือได้เงินเดือนมากกว่า 20,000 บาท

23.3 นักศึกษาไม่ได้ทำงานในหน่วยงานของรัฐบาล

วิธีทำ ข้อมูลจากโจทย์ ทำให้เราทราบว่าต้องคำนวณความน่าจะเป็นโดยใช้วิธีความถี่สัมพัทธ์ และเราสามารถนำกฎต่าง ๆ 3 ข้อข้างต้นมาใช้ในการคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดได้

กำหนดให้ A แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาทำงานในหน่วยงานของรัฐบาล

B แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาทำงานในหน่วยงานของเอกชน

C แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาได้เงินเดือนมากกว่า 20,000 บาท

D แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาได้เงินเดือน10,000 – 20,000 บาท

23.1 โจทย์ต้องการทราบ $P(B \cap D) = ?$

โดยการใช้วิธีความถี่สัมพัทธ์ นับจำนวนนักศึกษาที่ทำงานเอกชนและได้เงินเดือน 10,000 – 20,000 บาท เปรียบเทียบจำนวนนักศึกษาทั้งหมด จะได้

$$P(B \cap D) = \frac{20}{250}$$

$$= 0.08$$

23.2 โจทย์ต้องการทราบ $P(A \cup C) = ?$

โดยใช้กฎ 1 จะได้ว่า $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$

$$= \frac{165}{250} + \frac{74}{250} - \frac{60}{250}$$

$$= \frac{179}{250}$$

$$= 0.716$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะทำงานในหน่วยงานของรัฐบาลหรือได้เงินเดือนมากกว่า 20,000 บาท = 0.716

23.3 โจทย์ต้องการทราบ $P(A') = ?$

จากโจทย์ $P(A) = \frac{165}{250}$

โดยอาศัยกฎ 3 $P(A') = 1 - P(A)$

$$= 1 - \frac{165}{250}$$

$$= \frac{85}{250}$$

$$= 0.232$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่ นักศึกษาไม่ได้ทำงานในหน่วยงานของรัฐบาล = 0.232

ตัวอย่าง 24 มหาวิทยาลัยกำหนดรายวิชาเลือกเสรี 4 รายวิชา คือ การเพาะเห็ด การบัญชี การประดิษฐ์งานฝีมือ และ การสนทนาภาษาอังกฤษ นักศึกษาจะต้องเลือกเรียนเพียง 1 รายวิชา ถ้าโอกาสที่นักศึกษาจะเลือกแต่ละวิชาเท่า ๆกัน จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะเลือกวิชาการเพาะเห็ดหรือการประดิษฐ์งานฝีมือ

วิธีทำ ถ้ากำหนดให้ A เป็นเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกเรียนรายวิชาเพาะเห็ด

B เป็นเหตุการณ์ที่นักศึกษาเลือกเรียนรายวิชาการประดิษฐ์

โจทย์ต้องการทราบ $P(A \cup B) = ?$

เนื่องจากนักศึกษาไม่สามารถเลือกวิชาเพาะเห็ดและการประดิษฐ์พร้อม ๆกันได้ ดังนั้น โจทย์ข้อนี้จะต้องใช้ กฎ 2

ดังนั้น $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= 0.5$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะเลือกวิชาการเพาะเห็ดหรือการประดิษฐ์งานฝีมือ = 0.5

ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ในการหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ บางครั้งอาจมีเหตุการณ์อื่นเข้ามาเกี่ยวข้องด้วย เช่น ถ้าเราทราบว่ามีอาจารย์ผู้สอนให้เกรดรายวิชาคณิตศาสตร์มีเพียงแค่เกรด A B และ C เท่านั้น โอกาสที่เราจะได้เกรด A มีเท่าใด กรณีนี้จะเห็นว่ามีเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์คือ เหตุการณ์ที่อาจารย์ให้เกรด A B และ C กับเหตุการณ์ที่เราจะได้เกรด A หรือถ้าเราทราบว่า เพื่อนของเราไปเรียนหนังสือที่กรุงเทพ เราอยากจะทราบว่าน้องของเพื่อนจะไปเรียนหนังสือที่กรุงเทพด้วยหรือไม่ ซึ่งก็จะมีเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์ คือ เพื่อนไปเรียนหนังสือที่กรุงเทพ และอีกเหตุการณ์หนึ่งก็คือ น้องของเพื่อนไปเรียนหนังสือที่กรุงเทพ ในเรื่องของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขจะมีความเกี่ยวข้องกับเหตุการณ์สองเหตุการณ์ ดังนิยามต่อไปนี้

ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ถ้ากำหนดให้เหตุการณ์ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A เมื่อทราบว่าเหตุการณ์ B ได้เกิดขึ้นแล้ว จะเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ P(A/B) โดยที่

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{เมื่อ } P(B) \neq 0$$

ตัวอย่าง 25 ในการโยนลูกเต๋าที่เที่ยงตรง 2 ลูก ถ้ากำหนดให้

A แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายหน้าเดียวกันทั้งสองลูก

B แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าลูกแรกหงายแต้ม 6

C แทนเหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มที่หงายมากกว่า 10

จงหา P(A/B) P(B/A) และ P(C/A)

วิธีทำ การโยนลูกเต๋า 2 ลูก จะได้ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด 36 ผลลัพธ์ ซึ่งได้มาโดยใช้กฎการคูณ ที่กล่าวไปก่อนหน้านี้ นั่นคือ ลูกเต๋าลูกแรกมีแต้มที่หงายที่เป็น 6 แต้ม ลูกเต๋าลูกที่สองก็เช่นเดียวกันมีแต้มที่หงายที่เป็นไปได้ 6 แต้ม ดังนั้นผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมดจากการโยนลูกเต๋า 2 ลูกคือ 6 x 6 = 36 ผลลัพธ์

เราสามารถแจกแจงผลลัพธ์ของเหตุการณ์ A และ B ได้ดังนี้

A = {(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6) }

B = {(6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) }

C = {(4,6),(6,4),(5,5),(5,6),(6,5)}

จากนิยามของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

จากโจทย์ $P(A) = \frac{6}{36}$, $P(B) = \frac{6}{36}$, $P(C) = \frac{5}{36}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{36}$

$$P(C \cap A) = \frac{1}{36}$$

ดังนั้น $P(A/B) = \frac{1}{36} \times \frac{36}{6} = \frac{1}{6}$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{1}{36} \times \frac{36}{6} = \frac{1}{6}$$

$$P(C/A) = \frac{P(C \cap A)}{P(A)}$$

$$= \frac{1}{36} \times \frac{36}{6} = \frac{1}{6}$$

ตัวอย่าง 26 โดยใช้ข้อมูลจากตารางในตัวอย่าง 23 จงหาความน่าจะเป็นของ

26.1 เหตุการณ์ที่สุ่มได้นักศึกษาคนหนึ่งมีเงินเดือนมากกว่า 20,000 บาทเมื่อทราบแล้วว่าเป็นนักศึกษาที่ทำงานในหน่วยงานรัฐบาล

26.2 เหตุการณ์ที่สุ่มได้นักศึกษาคนหนึ่งทำงานในหน่วยงานรัฐวิสาหกิจเมื่อทราบแล้วว่าเป็นนักศึกษาที่ได้รับเงินเดือนน้อยกว่า 10,000 บาท

26.3 เหตุการณ์ที่สุ่มได้นักศึกษาคนหนึ่งทำงานในหน่วยงานรัฐบาลเมื่อทราบแล้วว่าเป็นนักศึกษาที่ได้รับเงินเดือน 10,000 – 20,000 บาท

วิธีทำ กำหนดให้ A แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษามีเงินเดือนมากกว่า 20,000 บาท

B แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาทำงานในหน่วยงานของรัฐบาล

C แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาทำงานในหน่วยงานรัฐวิสาหกิจ

D แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษามีเงินเดือนน้อยกว่า 10,000 บาท

E แทนเหตุการณ์ที่นักศึกษาได้รับเงินเดือน 10,000 – 20,000 บาท

จากโจทย์ $P(A) = \frac{74}{250}$, $P(B) = \frac{165}{250}$, $P(C) = \frac{30}{250}$, $P(D) = \frac{46}{250}$, $P(E) = \frac{130}{250}$

$P(A \cap B) = \frac{60}{250}$, $P(C \cap D) = \frac{4}{250}$, $P(B \cap E) = \frac{80}{250}$,

26.1 โจทย์ต้องการทราบ P(A/B) =?

จากนิยามของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{60}{250} x \frac{250}{165} = \frac{60}{165} = 0.363$$

26.2 โจทย์ต้องการทราบ P(C/D) =?

จากนิยามของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

$$P(C/D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{4}{250} x \frac{250}{46} = \frac{4}{46} = 0.087$$

26.3 โจทย์ต้องการทราบ P(B/E) =?

จากนิยามของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

$$P(B/E) = \frac{P(B \cap E)}{P(E)} = \frac{80}{250} x \frac{250}{130} = \frac{80}{130} = 0.615$$

เหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกัน

กรณีของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข เป็นกรณีที่การเกิดของเหตุการณ์หนึ่งมีผลกระทบต่อความน่าจะเป็นของการเกิดของอีกเหตุการณ์หนึ่ง ดังที่กล่าวไปแล้ว เช่นในการโยนลูกเต๋าหนึ่งลูก ถ้าเราทราบว่าลูกเต๋าหงายแต้มคี่ เราจะได้ความน่าจะเป็นของลูกเต๋าแต้ม 1 เป็น $\frac{1}{3}$ หรือความน่าจะเป็นของการหงายแต้ม 2 เป็น 0 ตรงกันข้ามถ้าเราไม่ทราบล่วงหน้าว่าลูกเต๋าหงายแต้มคู่หรือแต้มคี่ ความน่าจะเป็นของลูกเต๋าหงายแต้ม 1 จะเท่ากับความน่าจะเป็นของลูกเต๋าหงายแต้ม 2 นั่นคือต่างก็เท่ากับ $\frac{1}{6}$ อย่างไรก็ดีในบางครั้งการเกิดของเหตุการณ์หนึ่งไม่ได้มีผลกระทบต่อความน่าจะเป็นของการเกิดของอีกเหตุการณ์หนึ่ง แสดงว่าเหตุการณ์ทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน ดังนิยามต่อไปนี้

เหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกัน ถ้ากำหนดเหตุการณ์ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ เหตุการณ์ A และ B จะเป็นอิสระต่อกันก็ต่อเมื่อ $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

ตัวอย่าง 27 ในชั้นเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายแห่งหนึ่ง ครูประจำชั้นมีข้อมูลว่า ความน่าจะเป็นที่ สุพรที่มาเรียนสาย = 0.3 และความน่าจะเป็นที่พาณีมาเรียนสายเท่ากับ 0.3

ถ้าเราทราบว่าสุพรมีบ้านอยู่ที่ลำปลายมาศ และ พาณีมีบ้านอยู่สตึก จงหาความน่าจะเป็นที่ทั้งสุพรและพาณีมาเรียนสาย

วิธีทำ กำหนดให้ A แทนเหตุการณ์ที่สุพรมาเรียนสาย

B แทนเหตุการณ์ที่พาณีมาเรียนสาย

จากโจทย์ เราทราบว่า P(A) = 0.3 และ P(B) = 0.3 นอกจากนี้ยังทราบว่าทั้งสองคนมีบ้านพักคนละแห่ง ดังนั้นสามารถอนุโลมได้การมาเรียนสายของทั้งสองคนไม่น่าจะมีผลกระทบซึ่งกันและกัน นั่นคือเหตุการณ์ A และ B เป็นอิสระต่อกัน

โจทย์ต้องการทราบความน่าจะเป็นที่ทั้งสุพรและพาณีมาเรียนสาย นั่นคือต้องหา $P(A \cap B) = ?$

จากนิยามของเหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกัน ที่นิยามว่า $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

ดังนั้นจะได้ $P(A \cap B) = 0.3\ (0.3) = .09$

สรุป ความน่าจะเป็นที่สุพรและพาณีมาเรียนสายทั้งสองคน = .09

ตัวอย่าง 28 โยนลูกเต๋า 2 ลูกพร้อมกัน ถ้าให้ A แทนเหตุการณ์ที่ผลรวมของลูกเต๋าหงายแต้มมากกว่า 8 และ B แทนเหตุการณ์ที่มีลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายแต้ม 2 จงหาว่าเหตุการณ์ A และ B เป็นอิสระต่อกันหรือไม่

วิธีทำ การโยนลูกเต๋า 2 ลูก จะได้ จำนวนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด 36 ผลลัพธ์

A แทนเหตุการณ์ที่ผลรวมของลูกเต๋าหงายแต้มมากกว่า 8

B แทนเหตุการณ์ที่มีลูกเต๋าอย่างน้อย 1 ลูกหงายแต้ม 2

$A \cap B$ แทนเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าหงายแต้มมากกว่า 8 และมีลูกเต๋าอย่างน้อยหนึ่งลูกหงายแต้ม 2

ดังนั้นสามารถแจกแจงสมาชิกในเหตุการณ์ข้างต้นได้ดังนี้

$A = \{ (3,6), (4,5), (5,5), (5,6), (6,6), (6,3), (5,4), (6,5) \}$

$B = \{(2,1),(1,2),(2,2), (2,3), (3,2), (2,4), (4,2), (2,5), (5,2), (2,6), (6,2)\}$

$A \cap B = \phi$

จะได้ว่า $P(A \cap B) = 0$

$$P(A)\,P(B) = \frac{8}{36} \times \frac{11}{36} \neq 0$$

ดังนั้นโดยนิยามของเหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกัน เราสามารถสรุปได้ว่า เหตุการณ์ A และ B ไม่เป็นอิสระต่อกัน เพราะ $P(A \cap B) \neq P(A)\,P(B)$

ตัวอย่าง 29 การทดลองหนึ่งมี 2 การกระทำ 2 ครั้ง ครั้งที่ 1 โยนเหรียญ 1 เหรียญ และครั้งที่ 2 โยนลูกเต๋า 1 ลูก ถ้าให้ A แทนเหตุการณ์ที่โยนครั้งที่ 1 ได้เหรียญหงายหัว และ B แทนเหตุการณ์ที่โยนครั้งที่ 2 ได้ลูกเต๋าหงายแต้มมากกว่า 4 จงหาว่าเหตุการณ์ A และ B เป็นอิสระต่อกันหรือไม่

วิธีทำ ให้ A แทนเหตุการณ์ที่โยนครั้งที่ได้เหรียญหงายหัว

B แทนเหตุการณ์ที่โยนครั้งที่ 2 ได้ลูกเต๋าหงายแต้มมากกว่า 4

$A \cap B$ แทนเหตุการณ์ที่โยน 2 ครั้งแล้วได้ เหรียญหงายหัวและ ลูกเต๋าหงายแต้มมากกว่า 4

ดังนั้นสามารถแจกแจงสมาชิกในเหตุการณ์ข้างต้นได้ดังนี้

$A = \{H\}$; $B = \{5,6\}$

$A \cap B = \{ (H,5), (H,6) \}$

เนื่องจากว่า ปริภูมิสิ่งตัวอย่างของการโยนเหรียญ 1 เหรียญ คือ { H, T}

ปริภูมิสิ่งตัวอย่างของการโยนลูกเต๋า 1 ลูก คือ { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

ปริภูมิสิ่งตัวอย่างของการโยนเหรียญ 1 เหรียญ และลูกเต๋า 1 ลูก คือ

{ (H,1),(H, 2), (H,3), (H,4), (H,5), (H,6), (T,1), (T,2), (T,3), (T,4), (T,5), (T,6)}

ดังนั้น $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{2}{6}$, $P(A)P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{6} = \frac{1}{6}$

$P(A \cap B) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

จะเห็นว่า $P(A \cap B) = P(A)P(B) = \frac{1}{6}$

สรุปว่า เหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B เป็นอิสระต่อกัน

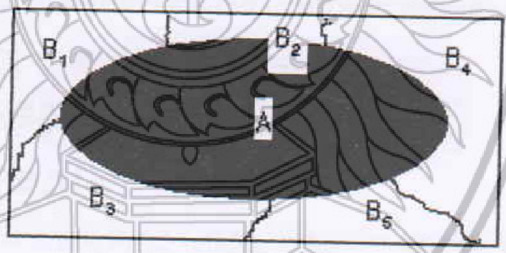
กฎของเบส์

จากที่กล่าวไปก่อนหน้านี้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข กล่าวคือมีเหตุการณ์สองเหตุการณ์ การเกิดเหตุการณ์หนึ่งมีผลกระทบต่อความน่าจะเป็นของการเกิดอีกเหตุการณ์หนึ่ง กฎของเบส์ก็เกี่ยวข้องกับความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ดังนี้

กฎของเบส์ ถ้ามีเหตุการณ์ B_1 B_2 ,...B_k เป็นผลแบ่งกั้น (partition) บนปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S และ A คือเหตุการณ์สำคัญที่เกิดขึ้นบน ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ B_1 หรือ B_2 หรือ...B_k เหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่ง เมื่อทราบว่าเหตุการณ์ A ได้เกิดขึ้นแล้ว จะเขียนแทนด้วย $P(B_j/A)$ โดยที่

$$P(B_j/A) = \frac{P(B_j)P(A/B_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A/B_i)} \quad \text{สำหรับทุกค่า } i = 1,2,\ldots,k$$

ผลแบ่งกั้น เป็นการแบ่งปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S ออกเป็นเหตุการณ์ย่อย ๆ k เหตุการณ์ B_1 B_2 ,...B_k โดยที่ $B_i \cap B_j = \phi$ สำหรับทุกค่าของ i และ j และ $B_1 \cup B_2 .. \cup B_k = S$ ดังแสดงด้วยภาพข้างล่าง



ปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S

$P(B_j/A)$ แทน ความน่าจะเป็นของการเกิดเหตุการณ์ B_j เมื่อทราบว่าเหตุการณ์ A ได้เกิดขึ้นแล้ว จากภาพข้างบนถ้าทราบว่ามีเหตุการณ์ A เกิดขึ้นมาแล้ว เหตุการณ์ B_2 จะมีโอกาสเกิดมากที่สุด และเหตุการณ์ B_1 จะมีโอกาสเกิดน้อยที่สุด ในขณะที่ยังไม่เกิดเหตุการณ์ A โอกาสที่จะเกิด B_1 จะใกล้เคียงกับโอกาสของการเกิดเหตุการณ์ B_5 ทั้งนี้เราอาจพิจารณาง่าย ๆจากพื้นที่บนภาพได้

ตัวอย่าง 30 จากข้อมูลในช่วง 2-3 ปีที่ผ่านพบว่าในการเลือกเรียนวิชาเลือกเสรี โอกาสที่นักศึกษาคนหนึ่งจะเลือกวิชาเสรีจากคณะครุศาสตร์ 20 % คณะวิทยาศาสตร์ 25 % คณะเทคโนโลยีการเกษตร 30% และคณะมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์ 25% นอกจากนี้ยังมีข้อมูลว่าอาจารย์ที่สอนรายวิชาเลือกเสรีในคณะครุศาสตร์เป็นชาย 2 คนหญิง 1 คน คณะวิทยาศาสตร์เป็นชาย 3 คน เป็นหญิง 1 คน คณะเทคโนโลยีการเกษตรเป็นชาย 2 คน หญิง 2 คน 3 และคณะมนุษยศาสตร์เป็นชาย 4 คนหญิง 1 คนถ้าทราบว่าสมศักดิ์ได้เลือกเรียนวิชาเสรีและมีอาจารย์ผู้สอนเป็นหญิง จงหาความน่าจะเป็นที่สมศักดิ์เลือกเรียนรายวิชาของคณะครุศาสตร์

วิธีทำ จากโจทย์ ถ้ากำหนดให้

S แทนปริภูมิสิ่งตัวอย่างของรายวิชาเลือกเสรี

B_1 แทนเหตุการณ์ที่เลือกรายวิชาจากคณะครุศาสตร์

B_2 แทนเหตุการณ์ที่เลือกรายวิชาจากคณะวิทยาศาสตร์

B_3 แทนเหตุการณ์ที่เลือกรายวิชาจากคณะเทคโนโลยีการเกษตร

B_4 แทนเหตุการณ์ที่เลือกรายวิชาจากคณะมนุษยศาสตร์และสังคมศาสตร์

ดังนั้น จะได้ $B_1 \cup B_2 \cup B_3 \cup B_4 = S$

A แทนเหตุการณ์ที่ผู้สอนรายวิชาเลือกเสรีเป็นหญิง

โจทย์ต้องการทราบ $P(B_1/A) = ?$

ข้อมูลจากโจทย์ จะได้ $P(B_1) = 0.20$, $P(B_2) = 0.25$, $P(B_3) = 0.30$, $P(B_4) = 0.25$

$$P(A/B_1) = \frac{1}{3},\quad P(A/B_2) = \frac{1}{4},\quad P(A/B_3) = \frac{1}{2},\quad P(A/B_4) = \frac{1}{5}$$

โจทย์ต้องการทราบ $P(B_1/A) = ?$

จากกฎของเบยส์

$$P(B_j/A) = \frac{P(B_j)P(A/B_j)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A/B_i)}$$ สำหรับทุกค่า $i = 1,2,\ldots,k$

แทนค่า
$$P(B_1/A) = \frac{P(B_1)P(A/B_1)}{P(B_1)P(A/B_1) + P(B_2)P(A/B_2) + P(B_3)P(A/B_3) + P(B_4)P(A/B_4)}$$

$$= \frac{0.20(0.33)}{0.20(0.33) + 0.25(0.25) + 0.30(0.50) + 0.25(0.20)}$$

$$= \frac{0.066}{0.066 + 0.0625 + 0.15 + 0.05}$$

$$= 0.3285$$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่สมศักดิ์เลือกเรียนรายวิชาของคณะครุศาสตร์ ถ้าทราบว่าเขาได้อาจารย์ผู้สอนเป็นหญิง มีค่าเท่ากับ 0.3285

****

แบบฝึกหัด
เรื่อง ความน่าจะเป็น

1. ข้อสอบวิชาสถิติเป็นแบบปรนัยเลือกตอบมี 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ กำหนดระยะเวลาให้ทำข้อสอบ 60 นาที

    1.1 จงหาปริภูมิตัวอย่างของการทำข้อสอบ ถ้าสนใจสิ่งต่อไปนี้

        1.1.1 จำนวนข้อที่ตอบถูก

        1.1.2 ระยะเวลาที่นักศึกษาทำข้อสอบ

    1.2 ถ้านักศึกษาใช้วิธีการเดาในการทำข้อสอบแต่ละข้อ จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาจะเดาคำตอบถูกในแต่ละข้อ

2. ถ้ามีตัวเลขชุดหนึ่งประกอบด้วย 2, 3, 5, 7

    2.1 จะเรียงตัวเลขทั้ง 4 ตัวได้กี่จำนวน โดยตัวเลขแต่ละตัวไม่ซ้ำกัน

    2.2 จะเรียงตัวเลขเพียง 3 ตัวจากเลข 4 ตัวได้กี่จำนวนโดยตัวเลขแต่ละตัวไม่ซ้ำกัน

    2.3 จากข้อ 2.1 และ 2.2 ถ้าให้ตัวเลขซ้ำกันได้ จะได้กี่จำนวน

    2.4 จากข้อ 2.2 จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เหตุการณ์ที่จำนวนที่เรียงมีค่ามากกว่า 300

    2.5 จากข้อ 2.2 ถ้ายอมให้ตัวเลขซ้ำกันได้ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้เหตุการณ์ที่จำนวนที่เรียงมีค่ามากกว่า 300 เมื่อทราบว่า

    2.6 จงบอกเทคนิคการนับที่นับมาใช้ในการคำนวณข้อ 2.1-2.5 ว่าเป็นเทคนิคการนับแบบใด

2. มีนักศึกษาในห้องเรียนจำนวน 5 คน ต้องการเลือกตัวแทน 2 คน ใช้เทคนิคการนับแบบใดและจะเลือกตัวแทนได้กี่แบบ

3. ร้านขายโดนัทมีโดนัทให้ลูกค้าเลือก 30 ชนิด ถ้ามีลูกค้าคนหนึ่งต้องการซื้อโดนัทจำนวน 12 ชิ้น โดยโดนัทต้องต่างชนิดกัน จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่เป็นไปที่จะเลือกได้โดนัทที่แตกต่างกันทั้ง 12 ชิ้น

4. นักศึกษากลุ่มหนึ่ง 120 คน เลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์ 60 คน ภาษาอังกฤษ 40 คน เลือกเรียนทั้งสองวิชา 15 คน สมมุติว่ามีการสุ่มนักศึกษา 1 คนจากนักศึกษากลุ่มนี้

4.1 จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาที่สุ่มได้จะเลือกเรียนคณิตศาสตร์หรือภาษาอังกฤษวิชาใดวิชาหนึ่ง

4.2 จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาที่สุ่มได้จะไม่เลือกวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ

5. อาจารย์ที่สอนวิชาคณิตศาสตร์คาดการณ์ว่า 85% ของนักศึกษาที่สอนจะผ่านรายวิชานี้ ถ้าสุ่มนักศึกษา 2 คนอย่างสุ่มจากนักศึกษาที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์นี้ จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาทั้ง 2 คนจะสอบผ่าน และความน่าจะเป็นที่นักศึกษาทั้ง 2 คนจะสอบไม่ผ่าน

6. โรงงานแห่งหนึ่งมีเครื่องจักร 3 แบบ ผลิตหลอดไฟรวมกันได้ 1500 หลอดในแต่ละรอบของการผลิต ผลการบันทึกข้อมูลมีดังนี้

ชนิดของเครื่องจักร	คุณภาพที่ผลิตได้		รวม
	ดี	เสีย	
1	250	50	300
2	350	25	375
3	800	25	825
รวม	1,400	100	1,500

ถ้าสุ่มหลอดไฟ 1 หลอดจากหลอดไฟที่ผลิตโดยโรงงานดังกล่าว
กำหนดให้ A แทนเหตุการณ์ที่สุ่มได้หลอดไฟคุณภาพดี
B แทนเหตุการณ์ที่หลอดไฟผลิตจากเครื่องจักร 1
C แทนเหตุการณ์ที่หลอดไฟผลิตจากเครื่องจักร 2
D แทนเหตุการณ์ที่หลอดไฟผลิตจากเครื่องจักร 3

จงหาความน่าจะเป็นที่จะ

6.1 สุ่มได้หลอดไฟคุณภาพ ดี

6.2 สุ่มได้หลอดไฟจากเครื่องจักร 2 เมื่อทราบว่าแล้วว่าเป็นหลอดไฟคุณภาพดี

6.3 สุ่มได้หลอดไฟเสียและเป็นหลอดไฟที่ผลิตจากเครื่องจักร 2

6.4 สุ่มได้หลอดไฟจากเครื่องจักร 3 เมื่อทราบว่าแล้วว่าเป็นหลอดไฟเสีย

6.5 สุ่มได้หลอดไฟจากเครื่องจักร 1 หรือ 2

****

ภาคผนวก ค

สาระการเรียนรู้
เรื่อง การประยุกต์ใช้สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา

ในการดำเนินงานหรือการบริหารองค์กร โดยทั่วไปผู้บริหารหรือผู้ที่รับผิดชอบมักใช้วิธีการคาดการณ์หรือการแก้ไขปัญหา โดยอาศัยประสบการณ์ ความเคยชิน หรือวิธีการแก้ไขปัญหาแบบเดิมๆ ที่เคยทำมา การแก้ไขปัญหาเช่นนี้เป็นการแก้ไขปัญหาเฉพาะหน้า ผลลัพธ์ที่ตามมาคือปัญหานั้น ๆ ยังเกิดขึ้นซ้ำ ๆอีก วิธีการหนึ่งที่จะช่วยทำให้การคาดการณ์หรือการแก้ไขปัญหามีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้นวิธีหนึ่งคือ ใช้วิธีการทางสถิติ ซึ่งเป็นการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบ โดยเริ่มจากการ เก็บรวมรวมข้อมูล เพื่อนำมาวิเคราะห์ หาสาเหตุ ที่แท้จริงของปัญหา เพื่อนำมากำหนดวิธีการแก้ไข และป้องกันปัญหาอย่างเป็นระบบ

การประยุกต์สถิติเพื่อใช้ในการคาดการณ์หรือการแก้ปัญหามีวิธีการมากมาย มีทั้งสถิติพรรณนาและสถิติอ้างอิง การนำสถิติไปใช้นั้น ขั้นตอนแรกต้องทราบบริบทที่เกี่ยวข้องและเป้าหมายที่ต้องการ เช่น บริบทอาจเป็นด้านการศึกษา ธุรกิจ เศรษฐศาสตร์ สังคมศาสตร์ หรือด้านอุตสาหกรรม เป้าหมายที่ต้องการอาจเป็นการบรรยายลักษณะข้อมูล หรือเป็นการประมาณค่า หรือทดสอบสมมุติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ย การหาความสัมพันธ์ หรือการพยากรณ์ เป็นต้น เมื่อทราบทั้งบริบทและเป้าหมาย จะทำให้เลือกใช้วิธีการสถิติได้ถูกต้องมากยิ่งขึ้น

เพื่อให้มีความรู้ความเข้าใจการนำสถิติไปประยุกต์ใช้ในการคาดการณ์และการแก้ปัญหาได้อย่างประสิทธิภาพ จะกล่าวถึงหัวข้อตามลำดับต่อไปนี้ ข้อมูลสถิติ ระดับการวัดของข้อมูล เทคนิคทางสถิติ โดยเนื้อหาที่กล่าวถึงจะเป็นการแนะนำให้เข้าใจมโนทัศน์ของสถิติพรรณาและสถิติอ้างอิงบางเทคนิคที่นิยมใช้กัน พร้อมกันนั้นจะกล่าวถึงการประยุกต์ใช้สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหาในสาขาวิชาชีพหรือหน่วยงาน

ข้อมูลสถิติ

ข้อมูลสถิติ หมายถึง ข้อเท็จจริงของเรื่องใดเรื่องหนึ่งที่เราสนใจจะศึกษา ซึ่งอาจจะเป็นตัวเลขหรือข้อความก็ได้ เช่น จำนวนคนที่โทรศัพท์ที่โทรเข้ามาในสำนักงานในแต่ละวัน รายได้ของเกษตรกรในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง จำนวนคนไข้ที่ป่วยเป็นโรคหัวใจในโรงพยาบาลต่าง ๆ สินค้าส่งออกของประเทศไทยระหว่างปีพ.ศ. 2540 – 2553 เป็นต้น

ระดับการวัดของข้อมูล

ข้อมูลสามารถจำแนกได้หลายรูปแบบ เช่น จำแนกตามประเภทของข้อมูล ได้แก่ ข้อมูลเชิงปริมาณ (Quantitative Data) และข้อมูลเชิงคุณภาพ (Qualitative Data) หรือจำแนกตาม

ระยะเวลาที่เก็บรวบรวม ได้แก่ ข้อมูลภาคตัดขวาง (Cross-sectional Data) และข้อมูลระยะยาว (Longitudinal Data) และการจำแนกตามระดับการวัด ในทางสถิติสนใจวิธีการจำแนกตามระดับการวัด เพราะข้อมูลที่มีระดับการวัดต่างกันจะใช้วิธีการคำนวณทางสถิติแตกต่างกัน ถ้าใช้วิธีการผิดอาจส่งผลต่อการคำนวณผลสรุป ตัวอย่างเช่น มีลูกอมสีต่าง ๆกัน 6 สีบรรจุในถุงใบหนึ่ง ถ้ากำหนดให้ หมายเลข 1 แทนสีน้ำตาล 2 แทนสีแดง 3 แทนสีเขียว 4 แทนสีเหลือง 5 แทน สีน้ำเงิน และ 6 แทนสีส้ม และ สมมุติว่ารวมตัวเลขที่แทนลูกอมที่อยู่ในถุงและหารด้วยจำนวน ลูกอมทั้งหมด ได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 3.83 ตัวเลข 3.83 จะมีหมายถึงสีเขียวหรือสีเหลือง อีกตัวอย่างหนึ่ง นักเรียนจำนวน 8 คน ในในโรงเรียนแห่งหนึ่งแข่งการวิ่งระยะทาง 100 เมตร หากใช้วิธีการคำนวณหาค่าเฉลี่ยของลำดับที่ของนักเรียนที่วิ่งได้ สมมุติว่าได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ 4.33 ค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้นี้จะบอกให้ทราบถึงการวิ่งอย่างไร และมีความหมายหรือไม่ ตัวอย่างสองตัวอย่างที่กล่าวไปนี้เป็นการคำนวณค่าผลสรุปที่ไม่สอดคล้องกับระดับการวัดข้อมูล ทำให้ผลสรุปที่ได้ออกมาไม่มีความหมาย

สตีเวน (Steven, 1946) ได้จำแนกระดับการวัดข้อมูลออกเป็น 4 ระดับด้วยกัน คือ มาตรวัดนามบัญญัติ (Nominal Scale) มาตรวัดเรียงลำดับ (Ordinal Scale) มาตรวัดอันตรภาค (Interval Scale) และมาตรวัดอัตราส่วน (Ratio Scale) ระดับการวัดที่หยาบหรือต่ำสุด คือ มาตรวัดนามบัญญัติ ระดับการวัดที่สูงที่สุดคือ มาตรวัดอัตราส่วน ซึ่งเป็นระดับการวัดที่ให้สารสนเทศของค่าสังเกตมากที่สุด รายละเอียดของระดับการวัดมีดังต่อไปนี้

มาตรวัดนามบัญญัติ (Nominal Scale)

การวัดข้อมูลที่มีมาตรวัดเป็นนามบัญญัติ ค่าสังเกตจะถูกจำแนกเป็นพวก ๆ กลุ่ม ๆ การคำนวณทางคณิตศาสตร์ทำได้เพียงแค่การนับจำนวนเท่านั้น ไม่สามารถนำค่าสังเกตเหล่านั้นมาเรียงลำดับ เช่น การจำแนกลูกอมตามสี เมื่อมีการรายงานจะรายงานเพียงแค่จำนวนลูกอมในแต่ละสี การรายงานสีใดก่อนไม่ได้มีความหมายอะไร ตัวอย่างอีกตัวอย่างหนึ่ง คือ เพศก็มีระดับการวัดเป็นมาตรวัดนามบัญญัติ คือจำแนกได้เป็นชายหรือหญิงเท่านั้น การคำนวณจะใช้การนับจำนวนว่ามีชายกี่คนมีหญิงกี่คน ซึ่งจะรายงานหญิงหรือชายก่อนก็ได้

ดังได้กล่าวไปข้างต้นว่าระดับการวัดในมาตรวัดนามบัญญัติ จะใช้วิธีทางสถิติได้เพียงแค่การนับเท่านั้น ตาราง 1 แสดงการนับจำนวนคนที่นับถือศาสนาต่าง ๆในตำบลหนึ่ง เพราะว่า “ศาสนา” มีมาตรวัดอยู่ในระดับนามบัญญัติ มีค่า 3 ค่า คือ พุทธ คริสต์ และอิสลาม ดังนั้น จึงต้องใช้วิธีการนับว่ามีจำนวนคนกี่คนที่นับถือแต่ละศาสนา

ตาราง 1 จำนวนคนที่นับถือศาสนาต่าง ๆ

ศาสนา	จำนวน (คน)
พุทธ	3,200
คริสต์	800
อิสลาม	20

การเรียงศาสนา จะนำเอาศาสนาใดขึ้นก่อนก็ได้ ไม่มีผลต่อการตีความหมายของตัวเลขที่นับได้ เช่น อาจจะเรียงศาสนาคริสต์ อิสลาม และ พุทธ ความหมายของจำนวนที่นับได้ก็ยังคงเหมือนเดิม คุณสมบัตินี้เป็นคุณสมบัติที่สำคัญของระดับการวัดมาตรวัดนามบัญญัติ

มาตรวัดเรียงลำดับ (Ordinal Scale)

ระดับการวัดข้อมูลที่สูงขึ้นมาอีกระดับหนึ่ง คือ มาตรวัดเรียงลำดับ ค่าสังเกตของข้อมูลจะถูกแบ่งเห็นกลุ่ม ๆ และเรียงลำดับได้ ตัวอย่างในตาราง 2 แสดงผลการประเมินการสอนอาจารย์ในรายวิชาสถิติเพื่อการวิจัยของนักศึกษาในชั้นเรียนหนึ่ง โดยนักศึกษาประเมินอาจารย์ ในคำถามที่ถามว่า " โดยภาพรวมการสอนของอาจารย์อยู่ในระดับใด"

ตาราง 2 ผลการประเมินการสอนของอาจารย์ในรายวิชาสถิติเพื่อการวิจัย

ผลการประเมิน	จำนวน (คน)
ดีเยี่ยม	25
ดี	35
ปานกลาง	8
แย่	2

"ผลการประเมิน" ถือว่าเป็นการวัดค่าในมาตรวัดเรียงลำดับ เพราะกลุ่มแต่ละกลุ่มสามารถเปรียบเทียบกันได้ในลักษณะ "ดีกว่า" หรือ "สูงกว่า" เช่น " ดีเยี่ยม" สูงกว่า " ดี " และ " ดี " สูงกว่า " ปานกลาง " ข้อสังเกตคือในแต่ละกลุ่มสามารถเปรียบเทียบกันได้ แต่ไม่สามารถบอกขนาดความแตกต่างได้ว่าแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างมากน้อยเท่ากันหรือไม่ เช่นความแตกต่างระหว่าง " ดีเยี่ยม " กับ " ดี " จะเท่ากับ ความแตกต่างระหว่าง " ดี " กับ "ปานกลาง " หรือไม่

เป็นสิ่งที่ไม่สามารถบอกได้ เช่น ประเมินระดับ " ดีเยี่ยม" ให้แทนด้วย 4 " ดี " แทนด้วย 3 "ปานกลาง" แทนด้วย 2 และ " แย่ " แทนด้วย 1 และบอกว่าผลการประเมิน " ดีเยี่ยม" (ระดับคะแนน 4) สูงกว่า ผลการประเมิน " ปานกลาง " (ระดับคะแนน 2) สองเท่า จะสรุปเช่นนี้ไม่ได้ เพราะช่วงห่างของแต่ละระดับหรือแต่ละกลุ่มไม่จำเป็นต้องเท่ากัน

นอกจากขนาดของความแตกต่างระหว่างกลุ่มไม่เท่ากันแล้ว ค่าวัดที่ได้ยังไม่สามารถนำเอามาคำนวณในทางคณิตศาสตร์ เพราะผลการคำนวณที่ได้ไม่มีความหมาย เช่น นักวิ่งของไทยที่ไปแข่งขันกีฬาโอลิมปิกได้ชนะเลิศที่ 1 สองคน และชนะที่ 3 สามคน หากนำเอารางวัลของนักกีฬาทั้ง 5 คนหาค่าเฉลี่ยของรางวัลที่ได้ จะได้ค่าเฉลี่ยเท่ากับ (1+1+3+3+3+)/5 = 11/5 = 2.2 ผลลัพธ์ 2.2 จะมีความหมายอย่างไร

มาตรวัดอันตรภาค (Interval Scale)

ข้อมูลที่มีระดับการวัดในมาตรวัดอันตรภาค จะมีลักษณะที่รวมเอาลักษณะของข้อมูลมาตรวัดเรียงลำดับ และมีลักษณะที่เพิ่มเข้ามาอีกคือ ระยะห่างระหว่างค่าแต่ละค่า จะคงที่ เช่น ค่าวัดของอุณหภูมิ สมมุติว่าวัดอุณหภูมิ 3 วันติดต่อกัน ได้ค่าเท่ากับ 28 32 และ 29 องศาเซลเซียส เราสามารถเรียงลำดับได้ว่าวันใดที่มีอุณหภูมิสูงสุด รองลงมา และต่ำสุด นอกจากนี้ยังความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิของแต่ละวันได้อีกด้วย เช่น วันที่หนึ่งมีอุณหภูมิแตกต่างจากวันที่สอง 4 องศา และแตกต่างจากวันที่สาม 1 องศา แสดงว่าความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิของวันที่หนึ่งกับวันที่สอง สูงกว่าความแตกต่างของอุณหภูมิระหว่างวันที่หนึ่งกับวันที่สาม

อย่างไรก็ดีค่าวัดที่เป็น "0" ในมาตรวัดอันตรภาค ไม่ได้มีความหมายว่า "ไม่มี" แต่ "0" เป็นเพียงแค่ตัวบ่งชี้บนมาตรวัดเพื่อใช้อ้างอิงเท่านั้น เช่น อุณหภูมิ 0 องศาเซลเซียส ไม่ได้หมายความว่าไม่มีความร้อนหรือความเย็น ดังนั้น "0" ในมาตรวัดอันตรภาคจึงไม่ใช่ "ศูนย์แท้" (True Zero) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนก็เป็นอีกตัวอย่างหนึ่งที่มีระดับการวัดอยู่ในมาตรอันตรภาค การที่นักเรียนได้คะแนน "0" ไม่ได้หมายความว่านักเรียนไม่มีความรู้ในวิชานั้น ๆ

ค่าวัดที่วัดได้ในมาตรวัดอันตรภาคสามารถนำเอาไปคำนวณทางคณิตศาสตร์ และผลลัพธ์ที่คำนวณได้ก็มีความหมาย เช่น อุณหภูมิเฉลี่ยของจังหวัดบุรีรัมย์ในเดือนมกราคมเท่ากับ 25 องศาเซลเซียส หรือคะแนนเฉลี่ยในรายวิชาสถิติเพื่อการวิจัยของนักศึกษาเท่ากับ 78.5 เป็นต้น

มาตรวัดอัตราส่วน (Ratio Scale Data)

ข้อมูลที่มีระดับการวัดในมาตรวัดอัตราส่วนจะมีระดับการวัดสูงสุด และมีคุณสมบัติทุกอย่างของข้อมูลมาตรวัดอันตรภาค แต่ค่าสังเกต "0" ในมาตรวัดอัตราส่วนจะเป็น "ศูนย์แท้" คือ "0" จะหมายถึง "ไม่มี" การคำนวณทางคณิตศาสตร์ หรือการเปรียบเทียบกันระหว่างค่าสังเกตหรือผลสรุปสามารถกระทำได้และมีความหมาย ตัวอย่างของข้อมูลในมาตรวัดนี้ ได้แก่ ค่าจ้าง จำนวนผลิตภัณฑ์ รายได้ เป็นต้น

ตัวอย่างในตาราง 3 แสดงถึงการใช้ข้อมูลที่มีระดับการวัดในมาตรวัดอัตราส่วน โดยแสดงกำไรสุทธิของบริษัทในเครือสหพัฒน์ 3 บริษัท

ตาราง 3 แสดงกำไรสุทธิของบริษัทในเครือสหพัฒน์

บริษัท	**กำไรสุทธิ 1 (บาท)**
สากล	11,250,000
นำชัย	52,263,320
รัฐกิจ	34,526,600
รวม	**98,039,920**

จากตาราง 3 อธิบายได้ว่า บริษัทรัฐกิจทำกำไรสุทธิมากกว่าบริษัทสากลประมาณ 3 เท่า และบริษัทในเครือสหพัฒน์รวมทั้งหมดได้กำไรสุทธิ 98,039,920 บาท

เทคนิคทางสถิติ

คำว่า "สถิติ" เป็นคำที่พบได้บ่อยในชีวิตประจำวัน "สถิติ" มี 2 ความหมาย ความหมายแรกเป็นความหมายที่คนทั่วไปรู้จัก หมายถึง ข้อมูลที่เป็นตัวเลข เช่น รายได้เฉลี่ยของเกษตรกรของไทย ปริมาณข้าวโดยเฉลี่ยที่ผลิตได้ต่อไร่ ร้อยละของนักเรียนมัธยมปลายที่ศึกษาต่อในมหาวิทยาลัย ร้อยละของคนไข้ที่ป่วยเป็นโรคหัวใจ จำนวนประชากรผู้สูงอายุในประเทศไทยมีแนวโน้มจะเพิ่มขึ้นร้อยละ 10 ใน 5 ปีข้างหน้า เป็นต้น วิธีการนำเสนอข้อมูลสถิติเหล่านี้อาจนำเสนอในรูปของกราฟ แผนภูมิ ตาราง หรือเป็นข้อความก็ได้ การนำเสนอด้วยกราฟหรือแผนภูมิจะเป็นสิ่งที่พบเห็นค่อนข้างบ่อยโดยเฉพาะทางธุรกิจ เพราะเป็นการนำเสนอข้อมูลที่ดูได้ง่ายเข้าใจได้รวดเร็ว ความหมายของ "สถิติ" ในความหมายแรกนี้ เป็นเพียงแค่การเก็บรวบรวมและนำเสนอเท่านั้น อีกความหมายหนึ่งของสถิติคือความหมายที่เป็นศาสตร์ ซึ่งแบ่งออก 2 ประเภท คือ สถิติพรรณา (Descriptive Statistics) และสถิติอ้างอิง (Inferential Statistics) (Agresti & Finlay, 1997, 4)

สถิติพรรณา คือ สถิติที่เกี่ยวกับการจัดการ การสรุป และการนำเสนอข้อมูลในลักษณะที่ให้สาระและเป็นประโยชน์สามารถนำไปใช้ได้

ตัวอย่างเช่น

1. กรมการปกครอง กระทรวงมหาดไทย รายงานผลเกี่ยวกับจำนวนประชากรของประเทศไทย ดังนี้ ประชากร ปีพ.ศ. 2545 จำนวน 62,800,000 คน ปีพ.ศ. 2546 จำนวน 63,080,000 คน ปี พ.ศ.2547 จำนวน 61,974,000 คน ปี พ.ศ. 2548 จำนวน 62,418,000 คน ปี พ.ศ. 2549 จำนวน 62,829,000 คน และ ปี พ.ศ. 2550 จำนวน 63,038,000 คน ตัวเลขเหล่านี้ถือได้ว่าเป็นสถิติประเภทที่เรียกว่า สถิติพรรณา และหากมีการคำนวณอัตราการเพิ่มจำนวนประชากรในแต่ละปี ก็ยังคงเป็นสถิติพรรณาอยู่ แต่ถ้ามีการใช้ข้อมูลเหล่านี้ในการพยากรณ์จำนวนประชากรในปีพ.ศ. 2555 จะไม่ใช่สถิติพรรณา

2. บริษัทมิลาน รายงานว่ามีการจ่ายค่าแรงงานพนักงานในปี พ.ศ. 2548 โดยเฉลี่ย 150 บาทต่อวัน ปี พ.ศ. 2549 155 บาทต่อวัน และ ปีพ.ศ. 2550 164 บาทต่อวัน ค่าเฉลี่ยที่คำนวณได้นี้ถือว่าเป็นสถิติพรรณา

สถิติพรรณนามีประโยชน์อย่างยิ่ง โดยเฉพาะกรณีที่หน่วยงานมีการเก็บรวบรวมข้อมูลเป็นจำนวนมาก เช่น สำนักงานสถิติแห่งชาติ มีการทำสำมะโนการเกษตร การสำรวจความคิดเห็นของประชาชนเกี่ยวกับพรรคการเมือง ข้อมูลที่มีอยู่จำนวนมากเช่นนี้ถ้าไม่มีการจัดกระทำจะมีประโยชน์น้อย แต่ถ้าใช้สถิติพรรณนาเข้ามาช่วยจะทำให้ข้อมูลเหล่านี้มีความหมายมากยิ่งขึ้น วิธีการทางสถิติพรรณาที่สามารถนำมาใช้เพื่อการนำเสนอข้อมูล ได้แก่ การแจกแจงความถี่ การใช้กราฟหรือแผนภูมิ การใช้ค่าเฉลี่ย วิธีการนำเสนอเหล่านี้จะช่วยให้เห็นตัวแทนของกลุ่มข้อมูลได้ชัดขึ้น นอกจากนี้ยังมีการใช้ค่าวัดทางสถิติเกี่ยวกับการกระจาย ซึ่งจะช่วยทำให้เห็นว่ากลุ่มข้อมูลใกล้เคียงกับค่าเฉลี่ยมากน้อยเพียงใด

สถิติอ้างอิง คือ วิธีการทางสถิติที่ใช้ในค้นหาลักษณะบางอย่างของประชากร (Population) โดยใช้ข้อมูลที่ได้จากกลุ่มตัวอย่าง (Sample)

จากความหมายของสถิติอ้างอิง จะเห็นว่ามีคำศัพท์ (Terminology) ที่เข้ามาเกี่ยวข้องอย่างน้อยสองคำ คือคำว่า "ประชากร" (Population) และ "กลุ่มตัวอย่าง" (Sample) คำว่า "ประชากร" ในทางสถิติมีความหมายค่อนข้างกว้างกว่าความหมายที่คนทั่วไปเข้าใจกัน กล่าวคือ "ประชากร" อาจหมายถึง บุคคลแต่ละบุคคล หรืออาจจะเป็นสัตว์ เป็นสิ่งของก็ได้ เช่น นักศึกษาชั้นปีที่ 1 ทั้งหมดของมหาวิทยาลัยราชภัฏบุรีรัมย์ หรือนักศึกษาทั้งหมดที่ลงทะเบียนเรียนรายวิชาสถิติธุรกิจ หรืออาจหมายถึงยางรถยนต์ที่ผลิตช่วงเดือนมกราคมปีพ.ศ. 2550 ในโรงงานแห่งหนึ่ง เป็นต้น นอกจากนี้ยังอาจจะหมายถึงกลุ่มของค่าวัด เช่น น้ำหนักของนักมวย หรือส่วนสูงของนักกีฬา ด้วยเหตุนี้ คำว่า "ประชากร" ความหมายในทางสถิติจึงไม่ได้หมายถึงบุคคลเท่านั้น

ประชากร คือ เซตของหน่วยแต่ละหน่วยที่เป็นไปได้ในกลุ่มที่สนใจศึกษา ซึ่งหน่วยแต่ละหน่วยนี้อาจเป็น บุคคล สัตว์ สิ่งของ หรือกลุ่มของค่าวัดก็ได้

กลุ่มตัวอย่าง คือบางส่วนหรือส่วนหนึ่งของประชากรที่สนใจศึกษา

เพื่อให้เข้าใจมากยิ่งขึ้นเกี่ยวกับการนำสถิติไปใช้ในการคาดการณ์หรือการแก้ปัญหา จะอธิบายเทคนิคทางสถิติที่นำไปใช้เพื่อวัตถุประสงค์เฉพาะอย่าง ดังนี้

1. สถิติพรรณนา ใช้เพื่อบรรยายลักษณะของข้อมูล สถิติที่ใช้มีดังนี้

1.1 ค่าร้อยละ (Percentage) เป็นการบรรยายลักษณะข้อมูลในรูปของความถี่ที่มีฐานการคำนวณเป็นจำนวนหนึ่งร้อย

1.2 ค่าวัดค่าแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง (Measures of Central Tendency) เป็นค่าที่บอกให้ทราบเกี่ยวกับภาพรวมของชุดข้อมูล ได้แก่ค่าเฉลี่ย (Mean) มัธยฐาน (Median) และฐานนิยม (Mode) คำนวณได้ดังนี้

ค่าเฉลี่ย คือ ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนข้อมูล

มัธยฐาน คือ ค่าที่อยู่ตำแหน่งกึ่งกลาง เมื่อมีการเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก

ฐานนิยม คือ ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุด

จะเห็นว่าค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่กลาง มี 3 ค่า การเลือกใช้ค่าใดในการบรรยายลักษณะข้อมูล จะพิจารณาได้จาก ตาราง 4

ตาราง 4 ข้อดีและข้อด้อยของค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง

การใช้ค่าแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง	วิธีการคำนวณ	ระดับการวัดของข้อมูลที่เหมาะสม	ข้อดีข้อด้อยของค่าวัด
ค่าเฉลี่ย	ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดหารด้วยจำนวนข้อมูล	อัตราส่วน อันตรภาค (ช่วง)	**ข้อดี** 1) บอกตำแหน่งศูนย์กลางของข้อมูล 2) ผลบวกของค่าเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ยเป็นศูนย์ **ข้อด้อย**ค่อนข้างอ่อนไหวต่อค่าสุดโต่ง
ค่ามัธยฐาน	ค่าที่อยู่ตำแหน่งกึ่งกลางของข้อมูลที่เรียงลำดับจากน้อยไปมาก	อัตราส่วน อันตรภาค (ช่วง) เรียงลำดับ	**ข้อดี** ไม่ค่อยอ่อนไหวต่อค่าสุดโต่ง **ข้อด้อย**คำนวณจากค่าเพียงหนึ่งค่าหรือสองค่าเท่านั้น
ฐานนิยม	ค่าที่มีความถี่สูงสุด	อัตราส่วน อันตรภาค (ช่วง) เรียงลำดับ นามบัญญัติ	**ข้อเสีย** 1) การสะท้อนลักษณะของข้อมูลไม่ชัดเจน 2) ข้อมูลบางชุดอาจจะไม่มีฐานนิยม 3) ข้อมูลบางชุดอาจจะมีฐานนิยมหลายค่า

1.2 ค่าวัดตำแหน่ง (Measures of Location) เป็นค่าที่บอกให้ทราบถึงตำแหน่งของข้อมูลหนึ่ง ๆ ว่าอยู่ ณ ตำแหน่งใดของของชุดข้อมูล เมื่อข้อมูลมีการเรียงลำดับจากน้อยไปมาก ค่าวัดเหล่านี้ได้แก่ เปอร์เซ็นไทล์ (Pecentile) ควอไทล์ (Quatile) และเดไซล์ (Decile) วิธีการคำนวณมีดังนี้

เปอร์เซ็นต์ไทล์ เป็นค่าวัดที่บอกตำแหน่ง โดยข้อมูลออกเป็น 100 ส่วน การนำค่าบอกตำแหน่งไปใช้ประโยชน์ที่เห็นได้ในปัจจุบัน ได้แก่ ระบบการสอบเข้ามหาวิทยาลัย คะแนนส่วนหนึ่งมีการคิดเป็นเปอร์เซ็นต์ไทล์ เช่น คะแนนที่นักเรียนสอบได้ ถ้าอยู่ตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 90 หมายความว่า มีจำนวนคนที่ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนของนักเรียนคนนั้น คิดเป็นร้อยละ 90 คะแนนที่ตรงกับตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50 หมายความว่า มีจำนวนคนที่ได้คะแนนต่ำกว่าคะแนนนั้นร้อยละ 50 ซึ่งก็คือคะแนนดังกล่าวอยู่ ณ ตำแหน่งกึ่งกลางของชุดข้อมูลที่มีการเรียงลำดับจากน้อยไปมาก หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคะแนนที่ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50 จะมีค่าเท่ากับค่ามัธยฐาน

โดยสรุป ค่าที่ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ p คือค่าของข้อมูลที่มีจำนวนข้อมูลต่ำกว่าค่าดังกล่าวร้อยละ p พิจารณาการคำนวณเปอร์เซ็นต์ไทล์จากตัวอย่างต่อไปนี้

สมมุติว่าเก็บข้อมูลเกี่ยวกับเวลาที่ลูกค้าที่เข้าไปใช้บริการในธนาคารจำนวน 300 คน (ดูรูป 1) ถ้าต้องการคำนวณเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 10 ว่าตรงกับข้อมูลที่มีค่าเท่าใด จะเริ่มต้นโดยการเรียงลำดับข้อมูลทั้งหมดจากน้อยไปหามาก ขั้นต่อไปคำนวณค่าของข้อมูลที่สมนัยกับตำแหน่งเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 10 โดยใช้สมการ 1

$$i = \frac{p}{100} n \qquad .....1$$

โดยที่ i = ตำแหน่งของข้อมูลที่ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการ

p = เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ต้องการ

n = จำนวนข้อมูลทั้งหมด

ถ้าค่า i ที่คำนวณได้เป็นจำนวนเต็ม เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ p คือค่าเฉลี่ยของค่าที่อยู่ตำแหน่งที่ i กับค่าที่อยู่ตำแหน่งที่ $i+1$

ถ้า i ที่คำนวณได้ไม่ใช่จำนวนเต็ม ให้ปัดให้เป็นจำนวนเต็มที่ใกล้เคียงมากที่สุด ค่าของข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่ง i (ค่าที่ปัดเป็นจำนวนเต็ม) ก็คือเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ p

ดังนั้น จากตัวอย่าง ตำแหน่งของเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 10 ก็คือ

$$i = \frac{p}{100} n = \frac{10}{100} 300 = 30$$

เนื่องจากค่า i ที่คำนวณได้เป็นจำนวนเต็ม ดังนั้นจะประมาณเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 10 ด้วย ค่าเฉลี่ยของของข้อมูลที่อยู่ตรงตำแหน่งที่ 30 กับค่าของข้อมูลที่อยู่ตำแหน่งที่ 31 ได้ค่าเท่ากับ (4+5)/2 = 4.5

ข้อมูลเกี่ยวกับเวลาที่เก็บรวบรวมได้ เรียงลำดับจากมากไปน้อย ดังแสดงในรูป 1

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
2	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
5	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
11	11	11	11	11	11	11	11	11	11	11
12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
13	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
14	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
15	13	13	13	13	13	13	13	13	13	13
16	13	14	14	14	14	14	14	14	14	14
17	14	14	14	14	14	14	15	15	15	15
18	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15
19	16	16	16	16	16	16	16	16	16	16
20	16	16	16	17	17	18	18	18	18	18
21	18	18	18	18	18	19	20	21	21	21
22	21	21	21	21	21	21	22	22	22	22
23	22	22	22	22	23	23	23	23	23	23
24	23	23	23	23	23	23	23	23	23	23
25	23	23	23	24	25	25	25	25	25	26
26	26	26	26	26	26	27	27	27	27	27
27	27	27	27	28	28	28	28	29	30	30
28	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
29	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
30	31	31	31	31	31	32	32	32	32	32

รูป 1 ข้อมูลแสดงเวลาที่เข้าไปใช้บริการในธนาคารของลูกค้า 300 คน

ควอไทล์ เป็นค่าวัดอีกค่าหนึ่งที่ใช้ในการบอกตำแหน่งของข้อมูล หลักการในการหา**ควอไทล์** ต้องมีการเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก และแบ่งข้อมูลเป็น 4 ส่วนเท่าๆกัน การหาค่าควอไทล์จะหาได้ง่ายหากเข้าใจวิธีการหาค่าเปอร์เซ็นไทล์ เพราะ ควอไทล์ที่หนึ่งจะตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ควอไทล์ที่สองจะตรงกับค่ามัธยฐาน และควอไทล์ที่สามจะตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 75 ดังนั้นการคำนวณควอไทล์สามารถคำนวณได้จากสมการ 1 เช่น จากข้อมูลในตัวอย่างข้างต้น ต้องการหาควอไทล์ที่ 1 เนื่องจากว่าควอไทล์ที่ 1 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 25 ดังนั้นจะแทนค่า p ด้วย 25 ดังนี้

$$i = \frac{p}{100}n = \frac{25}{100}300 = 75$$

ค่า i มีค่าเท่ากับ 75 ดังนั้นค่าควอไทล์ที่หนึ่ง จะประมาณได้ด้วยค่าเฉลี่ยของค่าของข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งที่ 75 และ 76 ซึ่งก็คือ (8 + 8)/2 = 8

เดไซล์ เป็นค่าวัดที่ใช้ในการบอกตำแหน่งของข้อมูลเช่นเดียวกับเปอร์เซ็นต์ไทล์และควอไทล์ หลักการในการหาเดไซล์ ต้องมีการเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก และแบ่งข้อมูลเป็น 10 ส่วนเท่าๆกัน การหาค่าเดไซล์หาได้ง่าย ๆ เช่นเดียวกับการหาค่าควอไทล์หากเข้าใจวิธีการหาค่าเปอร์เซ็นไทล์และควอไทล์ ก็จะสามารถหาค่าเดไซล์ได้ เพราะเดไซล์ที่หนึ่งจะตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 10 เดไซล์ที่สองจะตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 20 ไปเรื่อย ๆจนถึงเดไซล์ที่เก้าจะตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 90 ดังนั้นการคำนวณเดไซล์สามารถคำนวณได้จากสมการ 1 เช่น จากข้อมูลในตัวอย่าง ต้องการหาเดไซล์ที่ 3 เนื่องจากว่าเดไซล์ที่ 3 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 30 ดังนั้น จะแทนค่า p ด้วย 30 ดังนี้

$$i = \frac{p}{100}n = \frac{30}{100}300 = 90$$

ค่า i มีค่าเท่ากับ 90 ดังนั้นค่าเดไซล์ที่ 3 จะประมาณได้ด้วยค่าเฉลี่ยของค่าของข้อมูลที่ตรงกับตำแหน่งที่ 90 และ 91 ซึ่งก็คือ (9 + 10)/2 = 9.5

ข้อสังเกต

ในข้อมูลชุดหนึ่ง ๆ เมื่อมีการเรียงลำดับข้อมูลจากน้อยไปมาก เปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 50 ควอไทล์ที่ 2 และ เดไซล์ที่ 5 จะตรงกับมัธยฐาน ดังนั้นค่ามัธยฐานจึงถือได้ว่าเป็นค่าวัดตำแหน่งเหมือนกัน

1.3 ค่าวัดการกระจาย (Measures of Dispersion) เป็นค่าที่บอกให้ทราบถึงลักษณะการกระจายของข้อมูลว่าอยู่เกาะกลุ่มหรือกระจายมากน้อยอย่างไร ค่าที่ใช้วัดการกระจายที่นิยม ได้แก่ ค่าพิสัย ค่าพิสัยควอไทล์ ค่าความแปรปรวนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ค่าพิสัย เป็นค่าวัดการกระจายที่ไม่ซับซ้อนและเข้าใจง่าย คำนวณจากค่าเพียงสองค่าคือค่าต่ำสุดและค่าสูงสุดของข้อมูล

ค่าพิสัย คือผลต่างของค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

ค่าพิสัยควอไทล์ จากนิยามของค่าพิสัยจะเห็นว่าค่าพิสัยคำนวณจากค่าเพียงสองค่าคือค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของชุดข้อมูล ดังนั้นค่าพิสัยจึงมีค่าที่อ่อนไหวได้ง่ายต่อค่าสุดโต่ง

หมายความว่าถ้าค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุดมีค่าสุดโต่ง ก็จะมีผลกระทบต่อค่าพิสัยมาก ด้วยเหตุผลสองประการจึงมีการปรับปรุงค่าพิสัยให้ดียิ่งขึ้นโดยการใช้ค่าพิสัยควอไทล์ ค่าพิสัยควอไทล์จะไม่ถูกกระทบด้วยค่าสุดโต่ง นอกจากนี้ยังเป็นค่าที่แสดงถึงการกระจายของข้อมูลร้อยละ 50 ที่อยู่ตรงส่วนกลางของชุดข้อมูล

ค่าพิสัยควอไทล์ คือค่าวัดการกระจายที่คำนวณจากผลต่างของข้อมูลที่ตรงกับควอไทล์ที่ 3 และควอไทล์ที่ 1

ค่าความแปรปรวนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน จากที่กล่าวไปข้างต้นจะเห็นว่าค่าพิสัยเป็นค่าวัดการกระจายที่คำนวณได้ง่าย แต่ก็ใช้ข้อมูลเพียงแค่สองค่าจากชุดข้อมูลคือค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด จึงทำให้มีความอ่อนไหวได้ง่ายต่อค่าสุดโต่ง สำหรับค่าพิสัยควอไทล์ถึงแม้ว่าจะเป็นค่าที่ปรับปรุงจุดด้อยของค่าพิสัย แต่ค่าวัดทั้งสองมีการนำข้อมูลบางค่ามาคิดคำนวณเท่านั้น ทำให้ผลลัพธ์ที่คำนวณได้ไม่ครอบคลุมสารสนเทศส่วนใหญ่ของชุดข้อมูล

ค่าวัดการกระจายที่มีการนำเอาข้อมูลทุกค่ามาคำนวณคือ ค่าความแปรปรวนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าทั้งสองนี้มีความสัมพันธ์กันคือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานเป็นรากที่สองที่เป็นค่าบวกของค่าความแปรปรวน หน่วยของค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานจะมีหน่วยเหมือนกับหน่วยเดิม ส่วนหน่วยของความแปรปรวนจะมีหน่วยเป็นกำลังสองของหน่วยเดิม ทำให้การตีความหมายของค่าความแปรปรวนค่อนข้างยากกว่าค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน โดยทั่วไปในการวัดการกระจายจะวัดโดยใช้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานมากกว่าค่าความแปรปรวน ค่าทั้งสองค่านี้ก็เช่นเดียวกับค่าวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง คือมีทั้งค่าวัดที่คำนวณจากประชากรและคำนวณจากกลุ่มตัวอย่าง

ความแปรปรวน คือค่าเฉลี่ยของกำลังสองของผลต่างของข้อมูลกับค่าเฉลี่ย

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน คือรากที่สองที่เป็นบวกของค่าความแปรปรวน

สมการ 2 เป็นสมการแสดงการคำนวณค่าความแปรปรวนของประชากร

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N} \quad .....2$$

โดยที่ μ คือ ค่าเฉลี่ยของประชากร

N คือ ขนาดของประชากร

σ^2 คือ ความแปรปรวนของประชากร

สมมุติว่าข้อมูลที่เก็บรวบรวมมาเกี่ยวกับจำนวนชั่วโมงในการทำงานของพนักงาน 5 คน มีดังนี้ 15 25 35 20 30

ขั้นแรกคือคำนวณค่าเฉลี่ยของประชากร

$$\mu = \frac{\sum x}{N} = \frac{15+25+35+20+30}{5} = \frac{125}{5} = 25 \text{ ชั่วโมง}$$

ขั้นตอนต่อไปให้นำเอาค่าเฉลี่ย ไปหักออกจากข้อมูลแต่ละค่า ดังแสดงในตาราง 5

ตาราง 5 แสดงวิธีการคำนวณค่าความแปรปรวน

X	(X - μ)	(X - μ)^2
15	15 -25 = -10	100
25	25 -25 = 0	0
35	35 -25 = 10	100
20	20 – 25 = -5	25
30	30 – 25 = 5	25

ขั้นตอนสุดท้ายคือ คำนวณหาค่าความแปรปรวน โดยการแทนค่า (X - μ)^{2}ใน สมการ 2

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2}{N}$$

$$= \frac{250}{5} = 50 \text{ (ชั่วโมง)}^2$$

เพราะว่าหน่วยของความแปรปรวนเป็นค่ายกกำลังสองของหน่วยเดิม ดังนั้นจึงไม่ค่อยมีความหมายเท่าใดนัก เพื่อให้ได้ค่าวัดการกระจายที่มีหน่วยเหมือนกับหน่วยเดิม จะใช้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน ซึ่งคำนวณได้จากสมการ 3

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{N}} \quad .....3$$

ดังนั้นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานในตัวอย่างข้างต้น จะมีค่าเท่ากับ

$\sigma = \sqrt{50}$ = 7.07 ชั่วโมง

เพราะว่าค่าที่คำนวณได้เป็นเลขทศนิยม ดังนั้นจึงปัดให้เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งก็จะได้ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของจำนวนชั่วโมงในการทำงานของพนักงานเท่ากับ 7 ชั่วโมง

สมการ 2 และ 3 เป็นสมการเกี่ยวกับการคำนวณค่าความแปรปรวนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากร ซึ่งจะคำนวณจากสมการทั้งสองนี้เมื่อมีการจัดกระทำกับข้อมูลที่เก็บรวบรวมจากทั้งประชากร แต่ในบางครั้งอาจมีการเก็บข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่าง แล้วนำผลสรุปที่ได้ไปอ้างอิงถึงประชากร ในการคำนวณค่าแปรปรวนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของกลุ่มตัวอย่าง จะใช้สูตรที่แตกต่างเล็กน้อยจากค่าที่คำนวณจากประชากร โดยคำนวณได้จากสมการ 4 และ 5 ตามลำดับ

ค่าความแปรปรวนตัวอย่าง

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad .....4$$

โดยที่ S^2 คือ ค่าความแปรปรวนตัวอย่าง

$\bar{x}$ คือ ค่าเฉลี่ยตัวอย่าง

n คือ ขนาดตัวอย่าง

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่าง

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad .....5$$

สังเกตว่าสมการ 4 และ 5 จะแตกต่างเล็กน้อยจากสมการ 2 และ 3 สองประการคือ การใช้สัญลักษณ์ และตัวหารที่มีค่าเป็น *n-1* การที่หารด้วย *n-1* เพราะต้องการค่าประมาณที่ไม่เอนเอียง (Unbiased Estimate) ในที่นี้ไม่ได้อธิบายเรื่องตัวประมาณไม่เอนเอียง แต่ผู้อ่านที่ต้องการทราบรายละเอียดเกี่ยวกับตัวประมาณไม่เอนเอียงสามารถหาอ่านได้จากตำราทฤษฎีสถิติ

เพื่อให้เข้าใจวิธีการคำนวณการค่าความแปรปรวนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานตัวอย่าง พิจารณาจากข้อมูลต่อไปนี้ สุ่มกลุ่มตัวอย่างรถแท็กซี่จำนวน 10 คันที่บริการผู้โดยสารที่สนามบินสุวรรณภูมิ และสอบถามเกี่ยวกับจำนวนเที่ยวที่รถแท็กซี่ส่งผู้โดยสารในวันที่ทำการสำรวจ ข้อมูลปรากฏในตาราง 6

ตาราง 6 ข้อมูลเกี่ยวกับจำนวนเที่ยวที่รถแท็กซี่ส่งผู้โดยสารในวันที่ทำการสำรวจ

แท็กซี่	จำนวนเที่ยว	แท็กซี่	จำนวนเที่ยว
1	4	6	0
2	7	7	3
3	1	8	2
4	0	9	6
5	5	10	2

จากตาราง 6 คำนวณค่าเฉลี่ยของจำนวนเที่ยวที่ไปส่งผู้โดยสารได้ดังนี้

$$\overline{X} = \frac{\sum x}{n} = \frac{30}{10} = 3 \text{ เที่ยว}$$

สำหรับการคำนวณค่าความแปรปรวน เพื่อให้เกิดความสะดวกและลดความผิดพลาดในการคำนวณ พิจารณาวิธีการคำนวณในตาราง 7

ตาราง 7 แสดงการคำนวณค่าความแปรปรวนตัวอย่าง

แท็กซี่	จำนวนเที่ยว(X_i)	($X_i - \bar{X}$)	($X_i - \bar{X}$)^2
1	4	1	1
2	7	4	16
3	1	-2	4
4	0	-3	9
5	5	2	4
6	0	-3	9
7	3	0	0
8	2	-1	1
9	6	3	9
10	2	-1	1
		$\sum = 0$	$\sum = 54$

นำค่าผลรวมที่ได้ในตาราง 7 แทนค่าในสูตรของค่าความแปรปรวนตัวอย่าง ดังนี้

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{54}{10-1} = 6 \text{ (เที่ยว)}^2$$

ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานได้จากการถอดรากที่สองของค่าความแปรปรวน

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{54}{9}} = \sqrt{6} = 2.4496 \text{ เที่ยว}$$

1.4 ค่าวัดความสัมพันธ์ เป็นค่าที่วัดเกี่ยวกับระดับความสัมพันธ์ของตัวแปร 2 ตัว **ได้แก่ สหสัมพันธ์เพียร์สัน สหสัมพันธ์สเปียร์ลำดับ และสหสัมพันธ์พ้อยท์ไบซีเรียล เป็นต้น ระดับความสัมพันธ์ จะมีค่าอยู่ระหว่าง – 1 ถึง +1 โดยมีความหมายดังนี้**

0	ตัวแปรทั้งสองตัวไม่มีความสัมพันธ์กัน
0.01 – 0.25	ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กันค่อนข้างต่ำ
0.26 – 0.55	ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กันระดับปานกลาง
0.56 – 0.75	ตัวแปรทั้งสองมีความสัมพันธ์กันระดับสูง
0.76 – 0.99	ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กันระดับสูงมาก
1	ตัวแปรทั้งสองตัวมีความสัมพันธ์กันอย่างสมบูรณ์

สำหรับเครื่องหมาย + หรือ – เป็นการบอกถึงทิศทางของความสัมพันธ์ของตัวแปรทั้งสอง ถ้ามีเครื่องหมายเป็น + แสดงว่าเมื่อตัวแปรตัวหนึ่งมีค่าเพิ่มขึ้นตัวแปรอีกตัวหนึ่งก็จะมีค่าเพิ่มขึ้นตามไปด้วย เครื่องหมาย – แสดงว่าเมื่อตัวแปรตัวหนึ่งมีค่าเพิ่มขึ้นตัวแปรอีกตัวหนึ่งจะมีค่าลดลง

ต่อไปจะกล่าวถึงสูตรในการคำนวณค่า สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมนลำดับ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พ้อยไบซีเรียล และสหสัมพันธ์ไคสแควร์

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน

ข้อตกลงเบื้องต้นของการใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน มีดังนี้

1. ตัวแปรทั้งสองตัวจะต้องเป็นตัวแปรที่มีระดับการวัดแบบอันตรภาคหรือแบบอัตราส่วน
2. ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรทั้งสองต้องเป็นแบบเส้นตรง

การคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สันสำหรับกลุ่มตัวอย่าง มีสูตรดังนี้

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2 (y-\bar{y})^2}} \qquad \text{................(6)}$$

แต่ที่นิยมใช้กันจะคำนวณจากสูตรที่อยู่ในรูปแบบที่มีโอกาสการคำนวณผิดพลาดน้อยกว่าสมการ (6) ดังนี้

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n(\sum x)^2 - (\sum x)^2][n(\sum y^2) - (\sum y)^2]}} \qquad \text{................(7)}$$

โดยที่ r คือค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของตัวอย่าง

n คือขนาดตัวอย่าง

x , y , คือค่าของตัวแปร x , y ตามลำดับ

ตัวอย่าง 1 สุ่มนักเรียนจำนวน 10 คน ทำการทดสอบวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ ผลปรากฏว่าได้คะแนนทั้งสองวิชาดังนี้

คนที่	คณิตศาสตร์	วิทยาศาสตร์
1	25	23
2	19	24
3	20	18
4	21	22
5	30	28
6	25	21
7	27	25
8	20	22
9	19	20
10	20	24

ต้องการทราบว่าวิชาทั้งสองมีความสัมพันธ์กันอย่างไร

วิธีทำ

	วิทยาศาสตร์ (y)	คณิตศาสตร์ (x)	yx	y^2	x^2
	23	25	575	529	625
	24	19	456	576	361
	18	20	360	324	400
	22	21	462	484	441
	28	30	840	784	900
	21	25	735	441	625
	25	27	675	625	729
	22	20	440	484	400
	20	19	380	400	361
	24	20	480	576	400
ผลรวม	227	226	5,193	5,223	5,242

แทนค่าในสูตร

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x\sum y}{\sqrt{[n(\sum x^2) - (\sum x)^2][n(\sum y^2) - (\sum y)^2]}}$$

$$r = \frac{10(5,193) - 226(227)}{\sqrt{[10(5,242) - 51,076][10(5,223) - 51,529]}}$$

$$= 0.647$$

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมน

เป็นสถิติที่ใช้วัดความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร 2 ตัวที่มีระดับการวัดอยู่ในระดับเรียงลำดับ สูตรที่ใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมนลำดับมีดังนี้

1. กรณีที่ลำดับในชุดข้อมูลมีค่าที่แตกต่างกันทั้งหมด

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n-1)} \quad .....7$$

โดย $d_i = x_i - y_i$,

x_i คือ ลำดับที่ของข้อมูล X_i,

y_i, คือ ลำดับที่ของข้อมูล Y_i

n คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด

ตัวอย่าง 2 มีข้อมูล 2 ชุด คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ และจำนวนชั่วโมงที่ใช้ในศึกษาเพิ่มเติมต่อสัปดาห์ โดยใช้สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมนเพียร์สัน

อยากจะทราบว่าข้อมูลทั้งสองชุดมีระดับความสัมพันธ์กันมากน้อยเพียงใด

คะแนนวิชาคณิตศาสตร์ (X_i,)	25	32	45	39	34	29	30
	37	38	47	42	28	33	44
จำนวนชั่วโมง (Y_i)	4	15	1	7	5	3	2
	8	9	10	0	6	11	13

วิธีทำ จัดลำดับข้อมูลทั้ง 2 ชุด และหาผลต่างของลำดับแต่ละคู่ ดังนี้

X_i	Y_i	ลำดับ (X_i)	ลำดับ (Y_i)	d_i	d_i^2
25	4	1	5	-4	16
32	15	5	14	-9	81
45	1	13	2	11	121
39	7	10	8	2	4
34	5	7	6	1	1
29	3	3	4	-1	1
30	2	4	3	1	1
37	8	8	9	-1	1
38	9	9	10	-1	1
47	10	14	11	3	9
42	0	11	1	10	100
28	6	2	7	-5	25
33	11	6	12	-6	36
44	13	12	13	-1	1
					$\sum d_i^2$ = 2,388

นำค่าที่คำนวณได้จากในตาราง ไปแทนสูตรในสมการ 6

$$\rho = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)}$$

$$= 1 - \frac{6(398)}{14(196-1)}$$

$$= 1 - \frac{2,388}{2,730}$$

$$= 0.125$$

นั่นคือ คะแนนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์เชิงบวกกับจำนวนชั่วโมงที่ใช้ในการค้นคว้าเพิ่มเติม ค่อนข้างต่ำ คือระดับความสัมพันธ์ = 0.125

2. กรณีที่ลำดับในชุดข้อมูลมีบางค่าที่มีลำดับเท่ากัน

$$r = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}} \quad .....8$$

สูตรข้างบนนี้ก็คือสูตรเดียวกับการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์เพียร์สัน

โดย x_i และ y_i คือ ลำดับของข้อมูล

r คือ สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์สเปียร์แมนลำดับ

ตัวอย่าง การหาลำดับกรณีที่ข้อมูลบางข้อมูลมีค่าเท่ากัน สามารถหาลำดับได้ดังนี้

ข้อมูล	ลำดับ
22	1
27	(2+3+4)/3 = 3
27	(2+3+4)/3 = 3
27	(2+3+4)/3 = 3
30	5
31	6
32	7
40	8

เมื่อหาลำดับของชุดข้อมูลทั้งสองได้แล้ว ให้นำลำดับไปแทนค่าในสูตรในสมการ 8

สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พ้อยไบซีเรียล

การหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ไบซีเรียล มีข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

1. ตัวแปรตัวหนึ่งมีระดับการวัดเป็นนามบัญญัติที่มีค่าเพียงแค่สองค่า และตัวแปรอีกตัวหนึ่งมีระดับการวัดแบบอันตรภาคและอัตราส่วน

2. การแจกแจงของตัวแปรแบบต่อเนื่องไม่จำเป็นต้องเป็นแบบปกติ

สูตรที่ใช้ในการคำนวณค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พ้อยไบซีเรียลมีดังนี้

แทนค่าในสูตร

$$r_{pbis} = \frac{\overline{x}_p - \overline{x}_q}{s_t}\sqrt{pq} \qquad .....9$$

โดยที่

r_{pbis} คือค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์พ้อยไบซีเรียล

$\overline{x}_p$ คือค่าเฉลี่ยของตัวแปรต่อเนื่องของกลุ่มแรก

$\overline{x}_q$ คือค่าเฉลี่ยของตัวแปรต่อเนื่องของกลุ่มหลัง

$\overline{x}_t$ คือค่าเฉลี่ยของตัวแปรต่อเนื่องของข้อมูลทั้งหมด

s_t คือค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของตัวแปรต่อเนื่องของข้อมูลทั้งหมด

p คือสัดส่วนของตัวแปรต่อเนื่องของกลุ่มแรก

q คือสัดส่วนของตัวแปรต่อเนื่องของกลุ่มหลัง

ตัวอย่าง 3 สุ่มตัวอย่างนักเรียนจำนวน 20 คน เพื่อทำการสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ผลดังนี้

คนที่	เพศ	คณิตศาสตร์
1	1	45
2	0	42
3	0	46
4	1	62
5	0	65
6	1	66
7	0	48
8	1	67
9	1	68
10	0	62
11	1	63
12	1	65
13	1	64
14	0	68
15	0	69
16	0	45
17	1	68
18	0	68
19	1	67
20	0	69

ต้องการทราบว่าเพศและคะแนนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันหรือไม่อย่างไร

วิธีทำ

แทนค่าในสูตร

$$r_{pbis} = \frac{\bar{x}_p - \bar{x}_q}{s_t}\sqrt{pq}$$

$$r_{pbis} = \frac{63.8 - 58.2}{9.55}\sqrt{.5(.5)}$$

$$= .277$$

สรุปได้ว่า เพศและคะแนนวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันในระดับปานกลางแต่ค่อนไปทางต่ำ

ค่าไคสแควร์

การทดสอบความสัมพันธ์ของตัวแปรสองตัว กรณีที่ตัวแปรทั้งสองเป็นตัวแปรจำแนกประเภท (categorical variables) จะทำได้โดยใช้การทดสอบ Chi-Square เช่นต้องการทดสอบว่า อาชีพ (ครู, นักบัญชี, ตำรวจ) กับความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์ (น้อย,ปานกลาง,สูง) มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ ข้อมูลที่เก็บจะเป็นความถี่ และนำมาเขียนในรูปของ contingency table ได้ดังนี้

		ความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์			
		น้อย	ปานกลาง	สูง	รวม
อาชีพ	ครู	77	13	8	98
	นักบัญชี	145	58	27	230
	ตำรวจ	21	32	19	72
	รวม	243	103	54	400

$$\text{ค่า } \chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}, \quad df = (r-1)(c-1)$$

R คือ จำนวนแถว c คือจำนวนคอลัมน์

O คือ ความถี่ที่สังเกตได้

E คือ ความถี่ที่คาดหวัง

χ^2 คือค่าที่ใช้ในการทดสอบสมมุติฐานว่าตัวแปร อาชีพ และ ความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์ เป็นอิสระต่อกันหรือไม่ ถ้า ค่า χ^2 มีนัยสำคัญ แสดงว่าตัวแปรทั้งสองไม่เป็นอิสระต่อกัน (นั่นคือมีความสัมพันธ์กัน)

ตารางแสดงการคำนวณค่า χ^2

Class number	observed frequency	expected frequency	$\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$
1	77	59.54	5.125
2	13	25.24	5.9320
3	8	13.23	2.0675
4	145	139.73	0.1991
5	58	59.23	0.0253
6	27	31.05	0.5283
7	21	43.74	11.8223
8	32	18.54	9.7719
9	19	9.72	8.8599
		รวม	44.3299

ค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่า = 44.3299 เมื่อเปรียบเทียบกับค่า χ^2 ที่เปิดจากตารางที่ df = (3-1)(3-1) = 4 ได้ค่าวิกฤต = 9.488 ค่า χ^2 ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่าค่าวิกฤต แสดงว่า อาชีพ มีความสัมพันธ์กับความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์ที่ระดับนัยสำคัญ .05

การคำนวณค่า expected frequency

$O_1 = 77$, $O_2 = 13$, $O_3 = 8$, $O_4 = 145$, $O_5 = 58$, $O_6 = 27$, $O_7 = 21$, $O_8 = 32$, $O_9 = 19$

$$E_1 = \frac{98 * 243}{400} = 59.54$$
$$E_2 = \frac{98 * 103}{400} = 25.24$$
$$E_3 = \frac{98 * 54}{400} = 13.23$$
$$E_4 = \frac{230 * 243}{400} = 139.73$$
$$E_5 = \frac{230 * 103}{400} = 59.23$$
$$E_6 = \frac{230 * 54}{400} = 31.05$$
$$E_7 = \frac{72 * 243}{400} = 43.74$$
$$E_8 = \frac{72 * 103}{400} = 18.54$$
$$E_9 = \frac{72 * 54}{400} = 9.72$$

ค่า χ^2 ที่คำนว่ณได้มีค่า = 44.3299 ไม่ใช่ค่าที่ระดับความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร ถ้าต้องการคำนวณหาระดับความสัมพันธ์ จะต้องคำนวณจากสูตร ดังนี้

$$C = \sqrt{\frac{\chi^2}{\chi^2 + n}} \quad \text{..........(9)}$$

$$= \sqrt{\frac{44.32}{44.32 + 400}}$$

$$= 0.315$$

แสดงว่าอาชีพกับความสามารถในการใช้คอมพิวเตอร์มีระดับความสัมพันธ์ = 0.315 ซึ่งถือได้ว่ามีความสัมพันธ์ค่อนข้างต่ำ

2. สถิติอ้างอิง ใช้เพื่อการประมาณค่าและการทดสอบสมมุติฐานพารามิเตอร์ ในกรณีที่มีการเก็บรวบรวมข้อมูลจากกลุ่มตัวอย่างแทนที่จะเก็บจากประชากร สถิติที่ใช้สามารถจำแนกเป็นหมวดหมู่ตามวัตถุประสงค์หลัก ๆของการนำไปใช้ได้ดังนี้

2.1 การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย เทคนิคทางสถิติที่นำมาใช้ในการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยได้แก่ t-test สำหรับการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกรณีที่มีตัวอย่างกลุ่มเดียว *(One Sample t-test) t-test สำหรับการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกรณีที่มีตัวอย่างสองกลุ่ม และการวิเคราะห์ความแปรปรวน (Analysis of Variance) ใช้เปรียบเทียบค่าเฉลี่ยกรณีที่มีตัวอย่างมากกว่าสองกลุ่ม

2.2 การหาความสัมพันธ์ เป็นการหาความสัมพันธ์ของตัวแปรที่สนใจ 2 ตัว สถิติที่นิยมใช้ได้แก่ สหสัมพันธ์เพียร์สัน ใช้ในกรณีที่ตัวแปรทั้งสองมีระดับการวัดอยู่ในระดับอันตรภาค หรือระดับอัตราส่วน และการทดสอบไคสแควร์ (Chi-square Test) ใช้ในกรณีที่ตัวแปรทั้งสองมีระดับการวัดอยู่ในระดับนามบัญญัติหรือระดับเรียงลำดับ การใช้สถิติกลุ่มนี้ในสถิติพรรณาก็มีจุดประสงค์เพียงแค่การบรรยายหรือพรรณนาเท่านั้น แต่ในสถิติอ้างอิงจะมีการทดสอบสมมุติฐานทางสถิติเพื่อดูว่าระดับความสัมพันธ์มีนัยสำคัญทางสถิติหรือไม่

2.3 การพยากรณ์ เทคนิคทางสถิติที่ใช้ในการพยากรณ์ได้แก่การวิเคราะห์การถดถอย หรือ การวิเคราะห์อนุกรมเวลา โดยการวิเคราะห์การถดถอยจะเป็นการเก็บข้อมูลแบบภาคตัดขวาง (Cross sectional Data) เช่น เก็บข้อมูลเกี่ยวกับยอดขายสินค้า ยอดโฆษณาสินค้าในปีใดปีหนึ่งจากร้านสะดวกซื้อจำนวน 50 ร้าน และนำข้อมูลยอดโฆษณามาพยากรณ์ยอดขาย เป็นต้น ส่วนการวิเคราะห์อนุกรมเวลา ข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์จะเป็นข้อมูลอนุกรมเวลา (Time Series data) ซึ่งก็คือชุดของข้อมูลที่เก็บรวบรวมตามระยะเวลาเป็นช่วง ๆ อย่างต่อเนื่องกัน ข้อมูลอนุกรมเวลาอาจอยู่ในลักษณะที่เป็นข้อมูลรายปี รายไตรมาส หรือราย

เดือนก็ได้ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับความเหมาะสมในการนำไปใช้ประโยชน์ เนื่องจากข้อมูลทางธุรกิจมีการเปลี่ยนแปลงตลอดเวลา ผู้นำทางธุรกิจหรือองค์กรต้องหาวิธีพัฒนาต่าง ๆ ที่สามารถนำไปใช้ประกอบการตัดสินใจวางแผน เกี่ยวกับผลที่เกิดจากความเปลี่ยนแปลงในการดำเนินการอย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนั้นการวิเคราะห์อนุกรมเวลาจึงเข้ามามีบทบาทช่วยในการตัดสินใจ ประโยชน์ของอนุกรมเวลามีเพื่อสร้างตัวแบบสำหรับใช้ในการพยากรณ์หรือคาดการณ์ข้อมูลในอนาคต

เทคนิคทางสถิติอ้างอิงที่แนะนำในที่นี้ไม่ได้กล่าวถึงสูตรหรือวิธีการวิเคราะห์ เพราะมีเนื้อหาที่ต้องการกล่าวมาก ซึ่งจำเป็นต้องมีความรู้พื้นฐานทางสถิติบางเรื่องก่อน ผู้ที่สนใจจะสามารถศึกษาค้นคว้าเพิ่มเติมได้จากตำราสถิติที่กล่าวถึงเทคนิคนั้น ๆโดยตรง

การประยุกต์สถิติ

ในการตัดสินใจเพื่อดำเนินการใด ๆ แน่นอนว่าจะต้องมีการใช้ข้อมูลเพื่อประเมินทางเลือกว่าควรจะเลือกทางเลือกใด การประเมินนั้นหากเรื่องที่จะต้องตัดสินใจเป็นเรื่องที่ไม่ซับซ้อน ก็จะใช้วิธีการประเมินที่ไม่ซับซ้อน นั่นคือจากประสบการณ์อาจจะสามารถตัดสินหรือประเมินได้เลยว่าใช้ทางเลือกใด เช่น การเดินทางไปยังจุดหมายที่ต้องการในกรุงเทพ จากประสบการณของเราประเมินได้ว่าถ้าต้องเดินทางช่วงเวลา 7:00 น. – 9:00 น. จะใช้เวลานานเป็น 2 เท่าของเวลาที่ใช้ปกติ ดังนั้นเราจะต้องเผื่อเวลาการเดินทางให้มากกว่าเดิม เป็นต้น บางครั้งอาจต้องมีการตัดสินใจเรื่องที่ค่อนข้างซับซ้อนและมีปัจจัยหลายอย่างเข้ามาเกี่ยวข้อง เช่น ในทางธุรกิจ การตัดสินใจเพื่อเลือกทางเลือก จะอาศัยประสบการณ์ของผู้บริหารอย่างเดียวคงไม่ได้ มีข้อมูลมากมายที่ผู้บริหารจะต้องนำเข้ามาพิจารณาด้วย เทคนิคทางสถิติจึงเข้ามามีบทบาทในส่วนนี้ ซึ่งการเลือกใช้สถิติเทคนิคใดในการตัดสินใจขึ้นอยู่กับวัตถุประสงค์ของผู้ใช้ว่าต้องการอะไร ในที่นี้จะจำแนกประโยชน์ของการนำสถิติไปใช้เป็น 2 กลุ่มใหญ่ ๆ คือการใช้สถิติพรรณนา และสถิติอ้างอิง

1. **ใช้สถิติพรรณนา** แทบทุกสาขาอาชีพ หน่วยงานต่าง ๆ จำเป็นอย่างยิ่งที่จะต้องมีฐานข้อมูลเบื้องต้น เพื่อใช้ในการตัดสินใจ เช่น ด้านธุรกิจ มีการคำนวณดอกเบี้ย ภาษี หุ้น การส่งเสริมการตลาด มีศึกษาความต้องการ ความพึงพอใจในผลิตภัณฑ์ของลูกค้า ด้านการศึกษาสร้างฐานข้อมูลสถิติเพื่อการตัดสินใจ ด้านการเมืองการปกครอง เพื่อสำรวจความคิดเห็นของประชาชนด้านการเมือง ด้านสาธารณสุข เก็บข้อมูลสถิติของคนไข้ เป็นต้น

ตัวอย่าง 4 การประยุกต์สถิติพรรณนาในชีวิตประจำวัน

ในชีวิตประจำวันของคนเรา มีการนำสถิติพรรณนาไปใช้ตลอดเวลา ทั้งที่ใช้แบบรู้ตัวและแบบไม่รู้ตัว เช่นการไปซื้อของในตลาด เราจะพิจารณาเปรียบเทียบว่าควรซื้อปลาทูเป็นเข่ง ๆหรือแยกซื้อเป็นตัว ๆ แบบใดที่เราได้ประโยชน์มากที่สุด นั่นคือต้องมีการคิดราคาเฉลี่ยของปลาทูต่อตัวว่าเป็นเท่าใด คุ้มหรือไม่ที่จะซื้อทั้งเข่ง เป็นต้น หรือเราอาจเลือกซื้อสินค้าหรือผลิตภัณฑ์ที่มีคนนิยม

ใช้มากที่สุด ซึ่งในเรื่องนี้ก็เกี่ยวกับสถิติที่เรียกว่า "ฐานนิยม" นอกจากนี้แม่ค้าจะมีการเตรียมดอกไม้ไปขายมากในวันพระเพิ่มกว่าวันปกติ เพราะจากข้อมูลการขายพบว่ามีคนอีกกลุ่มหนึ่งจะซื้อไปบูชาพระในวันพระ

ตัวอย่าง 5 การประยุกต์สถิติพรรณนา ด้านธุรกิจ

บริษัทจำหน่ายสินค้าบะหมี่สำเร็จรูป ต้องการส่งเสริมการขาย จำเป็นต้องมีการสำรวจความคิดเห็นของผู้บริโภคว่ามีความคิดเห็นต่อผลิตภัณฑ์บะหมี่เป็นอย่างไร วิธีการที่บริษัทจะทำได้ก็คือการส่งแบบสำรวจความคิดเห็นไปถึงผู้บริโภค เมื่อได้ข้อมูลก็นำข้อมูลมาคำนวณค่าสถิติ เช่น ความถี่ ค่าเฉลี่ย หรือค่าสหสัมพันธ์ เพื่อจะได้จัดโปรแกรมการส่งเสริมการขายได้อย่างมีประสิทธิภาพ

2. ใช้สถิติอ้างอิง แทบทุกสาขาและหน่วยงานเช่นกัน นำสถิติอ้างอิงไปใช้เพื่อการตัดสินใจไม่ว่าจะเป็นการคาดการณ์หรือการแก้ปัญหา เช่น ด้านธุรกิจ มีการพยากรณ์ยอดขาย ซึ่งก็อาจจะใช้การวิเคราะห์การถดถอยหรือการวิเคราะห์อนุกรมเวลา ด้านเศรษฐกิจ มีการนำเอาการวิเคราะห์การถดถอยไปใช้เพื่อพยากรณ์หรือสร้างตัวแบบสำหรับตัวแปรทางเศรษฐกิจ ด้านการศึกษา มีการนำเอาเทคนิคสถิติด้านการเปรียบเทียบค่าเฉลี่ย เช่น t-test การวิเคราะห์ความแปรปรวน เพื่อการสร้างนวัตกรรมทางการศึกษาที่มีประสิทธิภาพ เพื่อการศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ด้านอุตสาหกรรม มีการนำเอาเทคนิคทางสถิติด้านการควบคุมคุณภาพสินค้า ไปใช้ในกระบวนการผลิต เพื่อควบคุมคุณภาพสินค้าให้ได้มาตรฐาน นอกจากนี้ยังมีการนำเอาเทคนิคสถิติด้านการวิจัยดำเนินงาน (Operation Research) เช่น การขนส่งสินค้า การควบคุมพัสดุคงคลัง การจัดแถวคอย หรือ การหาทางเลือกที่ดีที่สุด ไปใช้ในการบริหารจัดการเพื่อให้เกิดประสิทธิผลสูงสุด ด้านประชากรศาสตร์ มีการนำเอาสถิติไปใช้เพื่อการพยากรณ์จำนวนประชากรในอนาคต การแพทย์และสาธารณสุข ใช้สถิติในการพยากรณ์หรือหาความน่าจะเป็นของการเกิดโรค หรือการระบาดของโรค ด้านการเกษตร ใช้สถิติการวางแผนการทดลอง เป็นต้น

ตัวอย่าง 6 การประยุกต์สถิติอ้างอิง ด้านเศรษฐศาสตร์

สำนักงานสถิติแห่งชาติทำการสำรวจข้อมูลอุตสาหกรรมไอซีทีของไทย ว่าประชาชนมีความต้องการมากน้อยเพียงใด เพื่อจะรู้ว่าอุตสาหกรรมไทยด้านไอซีทีอยู่ในสภาพไหน จะได้วางแผนเพื่อการส่งเสริมได้ถูก เพราะปัจจุบันใช้การคาดเดาเท่านั้น ที่ผ่านมาภาพอุตสาหกรรมไอซีที มีการแบ่งตัวข้อมูลเป็น 2 ด้านคือด้านดีมานด์และซัพพลายก็จริง แต่มีการรวบรวมข้อมูลได้แค่ซัพพลาย ยังไม่ได้ทำดีมานด์ว่าอยากได้อะไร ซื้ออะไร ซื้อจากใคร ข้อมูลที่สำรวจมาได้นี้วงการอุตสาหกรรมไอซีทีสามารถนำความรู้ด้านสถิติอ้างอิงมาประยุกต์ใช้ในการคำนวณดีมานด์ซัพพลายได้ เทคนิคสถิติที่นำไปใช้ได้แก่ การวิเคราะห์การถดถอย หรือเศรษฐมิติ เป็นต้น

ตัวอย่าง 7 การประยุกต์สถิติอ้างอิง ด้านการศึกษา

สถิติอ้างอิงที่นำไปใช้ด้านการศึกษา มีมากมาย เช่น การหาคุณภาพหรือหาประสิทธิภาพของนวัตกรรมการเรียนการสอน เทคนิคสถิติที่นำไปใช้เช่น การเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยโดยใช้ t-test หรือใช้เทคนิคการวิเคราะห์ความแปรปรวน

นอกจากจะนำไปใช้ในเรื่องการหาคุณภาพหรือประสิทธิภาพของนวัตกรรม ยังอาจนำไปใช้ในเรื่องของการประมาณจำนวนนักเรียน การวางแผนการขยายโรงเรียน เป็นต้น ซึ่งเรื่องเหล่านี้จำเป็นต้องอาศัยข้อมูลสถิติและเทคนิคทางสถิติในการวิเคราะห์ข้อมูล

กล่าวโดยสรุป การนำสถิติไปประยุกต์ใช้ในองค์กรหรือหน่วยงานต่าง ๆ สามารถนำไปใช้ได้ตั้งแต่เรื่องง่าย ๆเช่น การนำเสนอข้อมูลสถิติเพื่อให้อ่านหรือดูได้ง่ายขึ้น เข้าใจได้ดีขึ้น และใช้เวลาในการทำความเข้าได้รวดเร็ว สถิติส่วนนี้มักจะเป็นสถิติพรรณนา ซึ่งอาจใช้ตัวเลขเพียงไม่กี่ค่า เช่น ค่าเฉลี่ย ร้อยละ หรือ ฐานนิยม ก็จะทำให้สามารถเข้าใจภาพรวมของข้อมูลได้อย่างรวดเร็ว หรือบางครั้งอาจใช้การนำเสนอด้วยกราฟต่าง ๆซึ่งก็จะมีความกระชับและเห็นภาพของข้อมูลได้ชัดเจนขึ้น การนำสถิติไปใช้ในกรณีที่มีความซับซ้อนขึ้นเช่นต้องการหาความสัมพันธ์ของตัวแปร หรือประมาณค่าตัวแปร หรือหาสมการการพยากรณ์ สถิติส่วนนี้มักจะเป็นสถิติอ้างอิงหรือสถิติชั้นสูง ผลที่ได้จากการวิเคราะห์มักจะนำไปใช้เพื่อกำหนดนโยบายหรือใช้ในการบริหาร หรือการตัดสินใจทางธุรกิจ

****

แบบฝึกหัด
เรื่อง การประยุกต์ใช้สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา

1. จงยกตัวอย่าง ข้อมูลสถิติมา 10 ตัวอย่าง และให้บอกด้วยว่าข้อมูลสถิตินั้น ๆมีระดับการวัดอยู่ในระดับใด
2. ให้หาตัวอย่างการนำสถิติพรรณนาไปใช้ในการนำเสนอข้อมูลสถิติ 5 ตัวอย่างโดยให้ค้นหาจากหนังสือพิมพ์หรือวารสารสิ่งพิมพ์ และให้อ้างอิงแหล่งที่มา
3. จงอภิปรายถึงค่ากลาง (ค่าเฉลี่ย ค่ามัธยฐาน และฐานนิยม) และค่าบอกตำแหน่ง (เปอร์เซ็นไทล์ เดไซล์ และควอไทล?) ว่านำไปใช้ประโยชน์แตกต่างกันอย่างไร
4. ให้หาข้อมูลจากหนังสือพิมพ์หรือวารสาร หรืออินเตอร์เน็ต มา 1 ชุด และคำนวณค่าเฉลี่ย และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน พร้อมทั้งอธิบายและแปลความหมายของผลการวิเคราะห์
5. ผู้จัดการบริษัทผลิตบะหมีสำเร็จรูปแห่งหนึ่งต้องการทราบว่าตัวแปร "เพศ" กับ "ความพึงพอใจในรสชาติของบะหมีสำเร็จรูป"มีความสัมพันธ์กันในระดับ ท่านจะแนะนำผู้จัดการว่าควรจะใช้เทคนิคสถิติอะไรในการหาระดับความสัมพันธ์
6. ท่านคิดว่า "ความรู้เกี่ยวกับเทคนิคสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล " มีความจำเป็นหรือไม่สำหรับผู้บริหารหรือหัวหน้าหน่วยงาน จงอภิปราย

****

ภาคผนวก ง

แบบทดสอบ
เรื่อง การประยุกต์สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา

คำชี้แจง 1. ข้อสอบเป็นข้อสอบปรนัยแบบเลือกตอบจำนวน 4 ตัวเลือกจำนวน 20 ข้อ

2. ให้นักศึกษาเลือกตอบคำตอบที่ถูกต้องเพียง 1 ตัวเลือก

3. เวลาในการทำข้อสอบ 40 นาที

1. ในการตรวจเกี่ยวกับกรุ๊ปเลือดของคน ๆหนึ่ง ข้อใด แทนผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ทั้งหมด

   ก. การที่หมอบอกผลลัพธ์ ข. A, B, AB, O

   ค. การเก็บเลือดไปตรวจในห้อง lab ง. ไม่สามารถบอกได้จนกว่าผลตรวจจะออกมา

2. ปริภูมิตัวอย่าง (Sample Space) ของระยะเวลาที่ใช้ในการสอบเรื่องความน่าจะเป็นคือข้อใด

   ก. {0,1,2,...,30) ข. { 30 }

   ค. $\{ x/ 0 < X \leq 30 \}$ ง. ถูกทั้งข้อ ก, ข, ค

3. จากข้อ 2 ถ้าต้องการหาเหตุการณ์ที่นักศึกษาคนหนึ่งใช้เวลาน้อยกว่า 20 นาที เหตุการณ์นี้คือข้อใด

   ก. $\{ X < 20 \}$ ข. $\{ X/ 0 < X \leq 20 \}$

   ค. { 20 } ง. $\{ X/ 0 < X < 20 \}$

4. ในการเดินทางไปเชียงใหม่โดยเริ่มต้นจากบุรีรัมย์ ถ้ากำหนดว่าต้องผ่านลพบุรีด้วยแล้วจึงจะไปเชียงใหม่ โดยที่ เส้นทางที่จะเดินทางจากบุรีรัมย์ไปลพบุรีมี 3 วิธี และจากลพบุรีไปเชียงใหม่มี 4 วิธี จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดที่ท่านจะสามารถเลือกเดินทางไปเชียงใหม่

   ก. 3 ข. 4

   ค. 7 ง. 12

5. ถ้ามีรายการอาหารให้ท่านเลือก 1 อย่าง โดยมีรายการให้เลือกดังนี้ แกง มี 3 อย่าง ผัด มี 4 อย่าง ท่านจะมีวิธีการเลือกรายการอาหารได้กี่วิธี

   ก. 3 ข. 4

   ค. 7 ง. 12

6. ตัวเลขชุดหนึ่งประกอบด้วย 2 7 5 8 ท่านจะเรียงเลขทั้ง 4 ตัวได้กี่วิธี

ก. 8 ข. 10

ค. 12 ง. 24

7. จงหาจำนวนวิธีเรียงพยัญชนะ ในคำ " STATISTICS."

ก. 120 ข. 240

ค. 360 ง. 480

8. ถ้ามี พยัญชนะ 4 ตัวคือ A B C D จะมีวิธีการเรียงเป็นวงกลมได้กี่วิธี

ก. 4 ข. 6

ค. 8 ง. 10

9. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูกต้องมากที่สุด

ก. ค่าความน่าจะเป็นจะมีค่ามากกว่า 1

ข. ค่าความน่าจะเป็นจะมีค่าน้อยกว่า 0 ไม่ได้

ค. ค่าความน่าจะเป็นจะมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 0 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 1

ง. ค่าความน่าจะเป็นจะมีค่าไม่จำกัดขึ้นอยู่กับเหตุการณ์

10. ถ้ากำหนดให้ S = { 1,2,3,4,5,6} และ A = { 2,3,4,5} จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A

ก. 0.38 ข. 0.45

ค. 0.67 ง. 0.80

11. ข้อความต่อไปนี้ ข้อใด ถูก

ก. $P(\phi) = 0$ ข. $0 \leq P(A) \leq 1$

ค, $P(S) = 1$ ง. ถูกทั้งข้อ ก, ข, ค

12. กำหนดให้ A และ B เป็นสองเหตุการณ์ใด ๆ ของปริภูมิสิ่งตัวอย่าง S จะได้ว่า

ก. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

ข. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) + P(A \cap B)$

ค. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

ง. $P(A \cup B) = P(A) - P(B)$

13. <u>สถิติเชิงพรรณนาในข้อใด</u>ที่สามารถใช้กับข้อมูลที่มีระดับการวัดแบบนามบัญญัติ

ก. ค่าเฉลี่ย ข. มัธยฐาน

ค. ฐานนิยม ง. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

14. ข้อความต่อไปนี้ข้อใด เป็นข้อความที่ถูกต้อง

ก. เดไซล์ที่ 5 ตรงกับควอไทล์ที่ 2

ข. เดไซล์ที่ 3 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 20

ค. ควอไทล์ที่ 1 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 10

ง. ควอไทล์ที่ 10 ตรงกับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 100

15. ข้อใดที่จัดกลุ่มไม่ถูกต้อง

ก. ค่าเฉลี่ย มัธยฐาน ฐานนิยม

ข. ค่าพิสัย ค่าความแปรปรวน ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ค. ควอไทล์ เดไซล์ และเปอร์เซ็นต์ไทล์

ง. ร้อยละ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน นามบัญญัติ

16. ตัวแปรในข้อใดมีระดับการวัด<u>ไม่ใช่</u>มาตราวัดแบบอัตราส่วน (Ratio scale)

ก. ความสูง ข. เวลา

ค. น้ำหนัก ง. หมายเลขทะเบียนรถ

17. หากต้องการทราบว่าตัวแปร "ส่วนสูง" กับ "น้ำหนัก" มีความสัมพันธ์กันหรือไม่ สถิติที่มีความเหมาะสมในการทดสอบคือข้อใด

ก. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ เพียร์สัน

ข. สถิติทดสอบ t

ค. สถิติทดสอบไคแสคว์ร

ง. สถิติทดสอบ F

18. ในการวัดความสัมพันธ์ของตัวแปร ถ้าตัวแปรอยู่ในมาตรการวัดแบบนามบัญญัติ ควรใช้ค่าสถิติใดในการวัดความสัมพันธ์

ก. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของสเปียร์แมนแรงค์(Spearman Rank Correlation)

ข. สถิติทดสอบไคสแควร์ (χ^2 test)

ค. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของ Kruskaland Goodman'sCoefficient)

ง. สัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ของเพียร์สัน (Pearson Correlation Coefficient)

19. ข้อใดเป็นการนำเอาความรู้สถิติไปใช้

ก. แม่ค้าเตรียมดอกไม้มาขายเพิ่มขึ้นในวันพระ เพราะสังเกตมาเป็นเวลา 3 เดือน ว่าทุกวันพระคนจะซื้อดอกไม้มากกว่าวันธรรมดา

ข. ครูรายงานผลการเรียนของนักเรียนต่อผู้อำนวยการโรงเรียนโดยใช้ค่าเฉลี่ย

ค. นักเรียนเล่นเกมคณิตศาสตร์ในห้องเรียน

ง. ถูกเฉพาะข้อ ก และข้อ ข

20. ถ้านักศึกษาต้องการทราบว่าคะแนนวิชาสถิติของตนเองเมื่อเปรียบเทียบกับเพื่อน ๆ เป็นอย่างไร จะใช้ความรู้สถิติในข้อใด จึงจะได้คำตอบ

ก. ฐานนิยม

ข. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน

ค. เปอร์เซ็นไทล์

ง. ค่าสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์

****

ภาคผนวก จ

แบบบันทึกการสังเกตพฤติกรรมของนักศึกษา

วงจรปฏิบัติที่........ แผนการจัดการเรียนรู้.................. เรื่อง.......................................

วันที่... ภาคเรียนที่ 1/55

....

สังเกตพฤติกรรมนักศึกษาเลขที่............ **กลุ่ม** ....

คำชี้แจง แบบบันทึกการสังเกตของนักศึกษา ใช้สำหรับสังเกตพฤติกรรมการเรียนของนักศึกษา ขณะที่ทำกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน เพื่อเป็นข้อมูลในการสะท้อนผลเมื่อสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละวงจรการปฏิบัติ

ประเด็นในการสังเกตพฤติกรรมของนักศึกษา

พฤติกรรม	มี	ไม่มี
1. มีความกระตือรือร้นในการเรียน		
2. ตั้งใจอ่านเอกสารประกอบการสอน		
3. มีการขีดเขียนขณะอ่าน		
4. มีปฏิสัมพันธ์กับเพื่อนในกลุ่ม		
5. อธิบายให้เพื่อนในกลุ่ม		
6. แสดงออกโดยการตอบคำถามหรือตั้งคำถาม		

****

แบบสัมภาษณ์นักศึกษา

วงจรปฏิบัติที่........ แผนการจัดการเรียนรู้..................**เรื่อง**...
วันที่... ภาคเรียนที่ 1/55
....
นักศึกษาเลขที่............ **กลุ่ม** ....

คำชี้แจง แบบสัมภาษณ์นักศึกษา ใช้หลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน เพื่อเป็นข้อมูลในการสะท้อนผล เมื่อสิ้นสุดกิจกรรมการเรียนรู้ในแต่ละวงจรการปฏิบัติ

ประเด็นในการสัมภาษณ์นักศึกษา

1. พื้นฐานความรู้เดิมด้านคณิตศาสตร์และสถิติของนักศึกษา
2. เจตคติของนักศึกษาต่อวิชาสถิติ
3. ความเหมาะสมของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
4. บรรยากาศการเรียนรู้ในชั้นเรียน

****

แบบประเมินความพึงพอใจในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
เรื่อง การประยุกต์สถิติเพื่อการคาดการณ์และการแก้ปัญหา

คำชี้แจง ให้นักศึกษาทำเครื่องหมาย / ลงในช่องว่างที่ต้องการ

โดย 5 แทน ระดับความพึงพอใจมากที่สุด

4 แทน ระดับความพึงพอใจมาก

3 แทน ระดับความพึงพอใจปานกลาง

2 แทน ระดับความพึงพอใจน้อย

1 แทน ระดับความพึงพอใจน้อยที่สุด

ข้อความ	1	2	3	4	5
1. การแบ่งเป็นกลุ่มในการเรียนลดความกังวลในการเรียนวิชาสถิติ					
2. การแบ่งเป็นกลุ่มทำให้ท่านกล้าแสดงออกมากขึ้น					
3. การแบ่งเป็นกลุ่มทำให้การเรียนไม่น่าเบื่อ					
4. การแบ่งเป็นกลุ่มทำให้ท่านเรียนด้วยความเข้าใจมากขึ้น					
5. การนั่งเรียนโดยการนั่งหันหน้าเข้าหาเพื่อนในกลุ่ม ทำให้การเรียนรู้มีความหมายมากขึ้น					