บทที่ 7
กฎของเคอร์ชอฟฟ์

จากการศึกษาวงจรไฟฟ้ากระแสตรงในรูปแบบต่าง ๆ ตามรายละเอียดเนื้อหาที่ผ่านมาแล้วในบทที่ 4 จนถึงบทที่ 6 ซึ่งเป็นการวิเคราะห์วงจรอย่างง่ายที่สามารถนำเอากฎของโอห์มมาใช้ในการแก้ปัญหาได้โดยตรง แต่ถ้าหากการต่อวงจรไฟฟ้าที่มีแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าหลายตัวและจำนวนตัวต้านทานหลายตัวจะไม่สามารถใช้กฎของโอห์มมาแก้ปัญหาได้โดยตรง หรือสามารถวิเคราะห์วงจรโดยใช้วิธีการแก้สมการแบบการแทนค่าด้วยวิธีธรรมดาจะทำให้ไม่สะดวกและเสียเวลามากในการคำนวณ จึงได้มีผู้คิดค้นกฎและทฤษฎีต่าง ๆ เพื่อนำมาใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์ที่ยุ่งยากและสลับซับซ้อนเหล่านั้น และในปี ค.ศ. 1847 ได้มีนักฟิสิกส์ชื่อ กุสตาฟ โรเบิร์ตเคอร์ชอฟฟ์ (Gustav Robert Kirchhoff) ได้ทำการทดลองเกี่ยวกับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าเพื่อแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับวงจรไฟฟ้าที่ค่อนข้างยุ่งยากและซับซ้อน เมื่อนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์มาใช้ในการวิเคราะห์วงจรจะได้ว่าการแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าตั้งแต่สองตัวขึ้นไปหรือตั้งแต่สองสมการขึ้นไปนั้น สามารถวิเคราะห์วงจรในแต่ละลูป (Loop) ของวงจรได้ตามกฎของกระแส และกฎของแรงดันซึ่งจะเรียกว่า กฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff’s law) ซึ่งในบทเรียนนี้มีสาระสำคัญเกี่ยวกับหลักการของเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์ (Determinant) และการวิเคราะห์วงจรตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์จะทำให้ผู้เรียนสามารถวิเคราะห์ในการหาค่าปริมาณทางไฟฟ้าได้ง่ายขึ้นจะกล่าวได้อย่างรายละเอียดดังนี้

เมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์

การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรงในการหาค่าปริมาณทางไฟฟ้าตามที่ต้องการ สามารถนำระบบสมการเชิงเส้นหรือเป็นวิธีการแก้สมการเชิงเส้นนั้นซึ่งทำได้หลายวิธี โดยส่วนใหญ่นำเมตริกซ์มาใช้ประโยชน์ในการแก้ปัญหาคือการเขียนสมการให้อยู่ในรูปแบบเมตริกซ์ซึ่งได้มีผู้กล่าวถึงทฤษฎีเกี่ยวกับเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์ มีดังนี้

ธีระศักดิ์ อุรัจนานนท์ (2556 : 2) กล่าวว่า เมตริกซ์ (Matrix) เป็นการนำเอาตัวเลขที่เป็นจำนวนจริงมาเขียนเป็นแถวในแนวนอน และเป็นหลักในแนวตั้งภายในเครื่องหมาย ( ) ซึ่งเรียกว่าเมตริกซ์ โดยจะได้ว่า A เป็นเมตริกซ์ที่มี 2 แถว 3 หลัก จะเรียกว่า “เมตริกซ์ 2 x 3” หรือ “เมตริกซ์มิติ 3 x 3” และหลักการของดีเทอร์มิแนนท์ (Determinant) เป็นฟังก์ชันหนึ่งให้ผลลัพธ์ที่ขึ้นอยู่กับค่า A เป็นมิติ $M \times N$ เมตริกซ์เป็นเมตริกซ์ดีเทอร์มิแนนท์ของ A ซึ่งจะแทนด้วย det(A) หรือ $|A|$

สัทธา หาญวงศ์ฤทธิ์ (2556 : 1) กล่าวว่า ดีเทอร์มิแนนต์เป็นฟังก์ชันจากเซตของเมตริกซ์ในจัตุรัสจะมีขนาดของเมตริกซ์ $M \times N$ ในเซตของจำนวนจริง ซึ่งสามารถเขียนแทนดีเทอร์มิแนนต์ของเมตริกซ์ A จะแทนด้วย det(A) หรือ $\left| A \right|$

เจษฎา ชินรุ่งเรือง (2557 : 369) กล่าวว่า เมตริกซ์ (Matrix) คือชุดของฟังก์ชันหรือจำนวนที่มีค่าเป็นจำนวนจริงหรือจำนวนเชิงซ้อน โดยเขียนเป็นลำดับแถวในรูปแบบสี่เหลี่ยมผืนผ้าจะประกอบไปด้วย M แถวตามแนวนอน และ N แถวตามแนวยืนสามารถเขียนขนาดของเมตริกซ์ได้ว่า $M \times N$

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า ดีเทอร์มิแนนท์เป็นฟังก์ชันหนึ่งที่ได้ผลลัพธ์เป็นปริมาณสเกลาร์ซึ่งจะขึ้นอยู่กับค่าในมิติ $M \times N$ ของเมทริกซ์จัตุรัส A โดยสามารถใช้เมทริกซ์แทนระบบสมการเชิงเส้นและใช้เก็บข้อมูลที่จะขึ้นอยู่กับตัวแปรต้นสองตัวที่สามารถนำมาบวก คูณ และแยกเมทริกซ์ออกเป็นผลคูณของเมทริกซ์ได้หลายรูปแบบ จากทฤษฎีเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์ดังกล่าวมาข้องต้นสามารถนำมาใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งเกี่ยวกับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าซึ่งในการแก้สมการทางพีชคณิตสามารถจะทำได้ง่ายขึ้นเมื่อนำหลักการของดีเทอร์มิแนนท์มาใช้เพื่อลดขั้นตอนในการแก้สมการให้น้อยลงและโอกาสที่จะผิดพลาดก็จะลดน้อยลง

หลักการของดีเทอร์มิแนนท์นั้นการแก้สมการจะแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ ได้แก่ การแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า 2 ตัว และการแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่า 3 ตัว (ไมตรี วรวุฒิจรรยากุล. 2540 : 1) ดังนี้

1. การแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าสองตัว

1.1 เขียนสมการให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ (Matrix) โดยทั่วไปแล้ว สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าสองตัว (ไมตรี วรวุฒิจรรยากุล. 2540 : 2-3) โดยจะมีลักษณะดังนี้

$$a_x + b_y = e \tag{1}$$

$$c_x + d_y = f \tag{2}$$

ในกรณีนี้ x และ y เป็นตัวที่ไม่ทราบค่า และ a, b, c และ d เป็นสัมประสิทธิ์ของตัวที่ไม่ทราบค่า ส่วน e และ f เป็นค่าคงที่

วิธีการแก้สมการโดยใช้หลักของดีเทอร์มิแนนท์ ดังนี้

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e \\ f \end{vmatrix} \tag{3}$$

ในขั้นตอนนี้ต้องทำให้อยู่ในรูปของเศษส่วนก่อน

1.2 หาค่าตัวหารร่วม D ของเศษส่วนเหล่านี้ ซึ่งจะหาได้ดังนี้

ก. นำค่าสัมประสิทธิ์อยู่ในรูปของเมตริกซ์มาเขียนในรูปของดีเทอร์มิแนนท์

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

ข. คูณไขว้สัมประสิทธิ์ที่อยู่ในรูปของดิเทอร์แนนท์

$$\overset{\text{คูณ}}{\begin{vmatrix} a & \searrow & \\ & & d \end{vmatrix}} = ad \qquad \overset{\text{คูณ}}{\begin{vmatrix} & & b \\ c & \nearrow & \end{vmatrix}} = cb$$

ค. กำหนดเครื่องหมายของผลคูณที่ได้

$$\begin{vmatrix} a & \searrow & \\ & & d \end{vmatrix} = +ad \qquad \begin{vmatrix} & & b \\ c & \nearrow & \end{vmatrix} = -cb$$

จะเห็นได้ว่าการคูณลงเครื่องหมายเป็นบวก (Positive) และคูณขึ้นเครื่องหมายเป็นลบ (Negative)

ง. หาค่าตัวหารร่วม D จะได้ว่า

$$D = ad - cb \tag{4}$$

1.3 หาค่าเศษ N_x เพื่อนำไปหาค่า x

เขียนดีเทอร์มิแนนท์ที่ประกอบด้วยสัมประสิทธิ์ของ y ในรูปของเมตริกซ์เดิม และสัมประสิทธิ์ของ x แทนด้วยค่าคงที่

$$N_x = \begin{vmatrix} e & b \\ f & d \end{vmatrix} = ed - fb \tag{5}$$

1.4 หาค่าเศษ N_y เพื่อนำไปหาค่า y

$$N_y = \begin{vmatrix} a & e \\ c & f \end{vmatrix} = af - ce \tag{6}$$

ดังนั้นค่าของ x และ y จะมีค่าเท่ากับ

$$x = \frac{N_x}{D} = \frac{ed - fd}{ad - cb} \tag{7}$$

$$y = \frac{N_y}{D} = \frac{af - ce}{ad - cb} \tag{8}$$

จากสมการตามรูปแบบของเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้สมการเมตริกซ์ 2 x 2 เพื่อใช้ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7.1 จงแก้สมการหาค่า x และ y

$$15x + 8y = 25$$
$$20x + 22y = 40$$

วิธีทำ

สามารถเขียนสมการให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ จะได้ว่า

$$\begin{vmatrix} 15 & 8 \\ 20 & 22 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 25 \\ 40 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 15 & 8 \\ 20 & 22 \end{vmatrix}$$

$$= 15 \times 22 - 20 \times 8 = 170$$

$$N_x = \begin{vmatrix} 25 & 8 \\ 40 & 22 \end{vmatrix}$$

$$= 25 \times 22 - 40 \times 8 = 230$$

$$N_y = \begin{vmatrix} 15 & 25 \\ 20 & 40 \end{vmatrix}$$

$$= 15 \times 40 - 20 \times 25 = 100$$

ดังนั้นจะได้ $x = \frac{N_x}{D} = \frac{230}{170} = 1.35$

$$y = \frac{N_y}{D} = \frac{100}{170} = 0.58$$

2. การแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าสามตัว

วิธีการแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าสามตัว ก็มีหลักการแบบเดียวกันกับการแก้สมการที่มีตัวไม่ทราบค่าสองตัว (ไมตรี วรวุฒิจรรยากุล. 2540 : 4-6) จะได้ว่า

$$a_x + b_y + c_z = j \qquad (9)$$

$$d_x + e_y + f_z = k \tag{10}$$

$$g_x + h_y + i_z = l \tag{11}$$

2.1 เขียนสมการให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} j \\ k \\ l \end{vmatrix} \tag{12}$$

2.2 หาค่าตัวหารร่วม D

ก. นำค่าสัมประสิทธิ์ที่อยู่ในรูปของเมตริกซ์มาเขียนในรูปของดีเทอร์มิแนนท์

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} \tag{13}$$

ข. คูณไขว้สัมประสิทธ์ที่อยู่ในรูปของดีเทอร์มิแนนท์ โดยการนำสองคอลัมน์แรกมาเขียนซ้ำ อีกครั้งทางด้านขวาของดีเทอร์มิแนนท์

$$\left|\begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{matrix}\right| \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix} \tag{14}$$

ค. คูณไขว้สัมประสิทธิ์และกำหนดเครื่องหมาย

$$\left|\begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{matrix}\right| \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix} \quad = +(aei + bfg + cdh)$$

$$\left|\begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{matrix}\right| \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix} \quad = -\left(gec + hfa + idb\right)$$

จะเห็นได้ว่า การคูณเครื่องหมายเป็นบวก และคูณขึ้นเครื่องหมายเป็นลบ

ง. หาค่าตัวหารร่วม D จะได้ว่า

$$D = \left|\begin{matrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{matrix}\right|\begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix} \tag{15}$$

$$= (aei + bfg + cdh) - (gec + hfa + idb)$$

2.3 หาค่าเศษ N_x เพื่อนำไปหาค่า x โดยใช้วิธีการเช่นเดียวกับข้อ 2.2 (ก) ถึง 2.2 (ง) แต่ค่าสัมประสิทธิ์ของ x ต้องแทนด้วยค่าคงที่

$$N_x = \left|\begin{matrix} j & b & c \\ k & e & f \\ l & h & i \end{matrix}\right|\begin{matrix} j & b \\ k & e \\ l & h \end{matrix} \tag{16}$$

$$= (jei + bfl + ckh) - (lec + hfj + ikb)$$

2.4 หาค่าเศษ N_y ใช้หลักการเดียวกันกับในข้อ 2.3

$$N_y = \left|\begin{matrix} a & j & c \\ d & k & f \\ g & l & i \end{matrix}\right|\begin{matrix} a & j \\ d & k \\ g & l \end{matrix} \tag{17}$$

$$= (aki + jfg + cdl) - (gkc + lfa + idj)$$

2.5 หาค่าเศษ N_z ใช้หลักการเดียวกันกับในข้อ 2.3

$$N_z = \left|\begin{matrix} a & b & j \\ d & e & k \\ g & h & i \end{matrix}\right|\begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix} \tag{18}$$

$$= \left(aei + bkg + jdh\right) - \left(gej + hka + idb\right)$$

จะได้ว่า $$x = \frac{N_x}{D} = \frac{\left(jei + bfl + ckh\right) - \left(lec + hfj + ikb\right)}{\left(aei + bfg + cdh\right) - \left(gec + hfa + idb\right)} \tag{19}$$

$$y = \frac{N_y}{D} = \frac{\left(aki + jfg + cdl\right) - \left(gkc + lfa + idj\right)}{\left(aei + bfg + cdh\right) - \left(gec + hfa + idb\right)} \tag{20}$$

$$z = \frac{N_z}{D} = \frac{\left(ael + bkg + jdh\right) - \left(gej + hka + ldb\right)}{\left(aei + bfg + cdh\right) - \left(gec + hfa + idb\right)} \tag{21}$$

จากสมการตามรูปแบบของเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการแก้สมการเมตริกซ์ 3 x 3 เพื่อใช้ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7.2 จงแก้สมการหาค่า x, y และ z

x + 2y + 5y = 20

x + 4y + z = 8

8x + y + 3z = 11

วิธีทำ

สามารถเขียนสมการให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 8 & 1 & 3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 20 \\ 8 \\ 11 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 4 & 1 \\ 8 & 1 & 3 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 8 & 1 \end{matrix}$$

$$= (12 + 16 + 5) - (160 + 1 + 6)$$

$$= -134$$

$$N_x = \begin{vmatrix} 20 & 2 & 5 \\ 8 & 4 & 1 \\ 11 & 1 & 3 \end{vmatrix}\begin{matrix} 20 & 2 \\ 8 & 4 \\ 11 & 1 \end{matrix}$$

$$= (240 + 22 + 40) - (220 + 20 + 48)$$

$$= 14$$

$$N_y = \begin{vmatrix} 1 & 20 & 5 \\ 1 & 8 & 1 \\ 8 & 11 & 3 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 20 \\ 1 & 8 \\ 8 & 11 \end{matrix}$$

$$= (24 + 160 + 55) - (320 + 11 + 60)$$

$$= -152$$

$$N_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 20 \\ 1 & 4 & 8 \\ 8 & 1 & 11 \end{vmatrix}\begin{matrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 8 & 1 \end{matrix}$$

$$= (44 + 128 + 20) - (640 + 8 + 22)$$

$$= -478$$

จะได้ว่า $x = \dfrac{N_x}{D} = \dfrac{14}{-134} = -0.1$

$y = \dfrac{N_y}{D} = \dfrac{-152}{-134} = 1.13$

$$z = \frac{N_z}{D} = \frac{-478}{-134} = 3.56$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่าค่า x มีค่าเท่ากับ -0.1 ค่า y มีค่าเท่ากับ 1.13 และค่า z มีค่าเท่ากับ 3.56

ทฤษฎีบทกฎของเคอร์ชอฟฟ์

ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรงเพื่อหาค่าปริมาณทางไฟฟ้าใด ๆ จะเห็นได้ว่าสามารถที่จะนำกฎของโอห์มมาใช้แก้ปัญหาได้โดยตรงเกือบทุกวงจร แต่ในกรณีวงจรไฟฟ้าที่มีความสลับซับซ้อนมาก ๆ จะไม่สามารถนำกฎของโอห์มมาใช้ได้โดยตรง ดังนั้นจึงได้มีผู้คิดค้นชื่อ กุสตาฟ โรเบิร์ตเคอร์ชอฟฟ์ (Gustav Robert Kirchhoff) เป็นนักฟิสิกส์ชาวเยอรมัน ที่ได้รับการนำเสนอกฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchhoff’s law) ขึ้นในปี ค.ศ. 1847 (ไมตรี วรวุฒิจรรยากุล. 2540 : 1) และได้มีผู้กล่าวถึงกฎของเคอร์ชอฟฟ์ มีดังนี้

ชัด อินทะสี (2553 : 149) กล่าวว่า กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ในวงจรไฟฟ้าใด ๆ จะได้ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสที่โนดนั้น ๆ เท่ากับศูนย์ และกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าตกคร่อมตัวต้านทานแต่ละตัวของวงรอบปิดจะเท่ากับแรงดันของแหล่งจ่ายไฟฟ้า

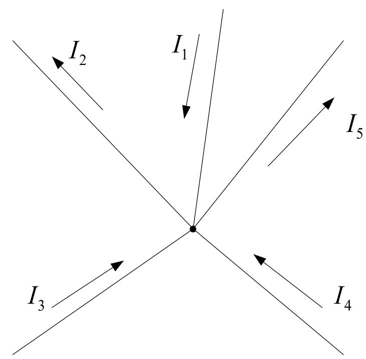
กองพัน อารีรักษ์ (2557 : 18) กล่าวว่า กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์จะเรียกว่า (Kirchoff Current Law : KCL) กล่าวคือผลรวมของกระแสที่ไหลเข้าออกโนดต้องมีค่าเท่ากับศูนย์ และกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์จะเรียกว่า (Kirchoff Voltage Law : KVL) กล่าวคือผลรวมของแรงดันไฟฟ้าภายในวงรอบใด ๆ ของวงจรต้องมีค่าเท่ากับศูนย์

ดังนั้นสามารถสรุปได้ว่า การวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรงในการคำนวณหาค่ากระแสและแรงดันสามารถใช้วิธีการกฎของเคอร์ชอฟฟ์ เช่น การหาค่ากระแสโดยใช้หลักการทางกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ ณ จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรงผลรวมทางพีชคณิตของกระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าและไหลออกมีค่าเท่ากับศูนย์ หรือ ณ จุดใด ๆ ในวงจรไฟฟ้ากระแสตรงผลรวมของกระแสที่ไหลเข้าจะมีค่าเท่ากับผลรวมของกระแสที่ไหลออก และการหาค่าแรงดันโดยใช้หลักการทางกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ในวงจรไฟฟ้าปิดใด ๆ ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันมีค่าเท่ากับศูนย์หรือผลรวมของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้แก่วงจรมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมความต้านทานในวงจรโดยจะกล่าวได้อย่างละเอียดดังนี้

1. กฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

การคำนวณผลรวมเชิงพีชคณิตของกระแสเป็นการหาผลบวกที่ต้องพิจารณาเครื่องหมาย (+) หรือ (–) ของกระแสสำหรับกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ โดยกำหนดให้กระแสที่ไหลเข้าโนดมีค่า

เป็นบวก และกระแสที่ไหลออกจากโนดมีค่าเป็นลบ (บรรณญัติ บริบูรณ์. 2558 : 3) หรือกล่าวได้ว่ากฎเกี่ยวกับพีชคณิตของกระแสที่จุด (Point law) ในวงจรไฟฟ้าใด ๆ ผลรวมทางพีชคณิตของกระแสที่จุด ๆ หนึ่งจะเท่ากับศูนย์ (ชัด อินทะสี. 2553 : 149-150) ดังภาพที่ 7.1



ภาพที่ 7.1 กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ I_1 ถึง I_5
ที่มา : ไมตรี วรวุฒิจรรยากุล (2540 : 8)

จากภาพที่ 7.1 กระแสที่ไหลเข้า คือกระแส I_1, I_3 และ I_4 ส่วนกระแสที่ไหลออก คือ I_2 และ I_5 ปกติแล้วจะกำหนดให้กระแสที่ไหลเข้าทั้งหมดมีค่าเป็นบวก และกระแสที่ไหลออกทั้งหมดมีค่าเป็นลบ ดังนั้นจะสามารถเขียนเป็นสมการได้ว่า

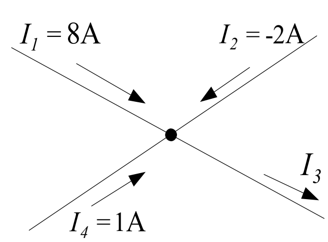
$$I_1 + I_3 + I_4 = I_2 + I_5$$

หรือ $$I_1 - I_2 + I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

หรือ $$\sum I = I_1 - I_2 + I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

จากกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ดังกล่าวสามารถนำสมการที่ได้ไปวิเคราะห์การไหลของกระแสได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7.3 จงคำนวณหาค่ากระแส I_3 ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 7.2



ภาพที่ 7.2 กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ I_1 ถึง I_4

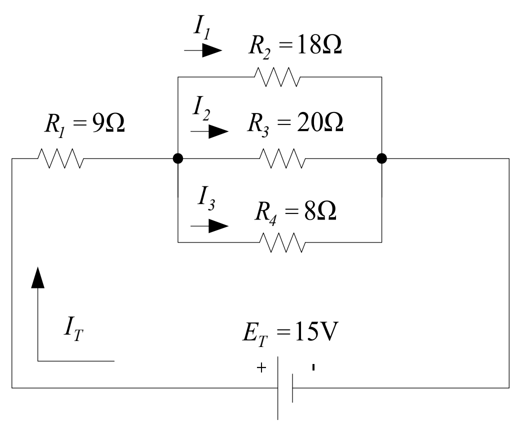
วิธีทำ

โดยหาค่ากระแส I_3 โดยใช้กฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้ว่า

	$I_1 + I_2 - I_3 + I_4$	$= 0$
หรือ	I_3	$= I_1 + I_2 + I_4$
	8A + (-2A) +1A	= 7A

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแส I_3 มีค่าเท่ากับ 7A

ตัวอย่างที่ 7.4 จงคำนวณหาค่ากระแส I_T, I_1, I_2 และ I_3 ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 7.3



ภาพที่ 7.3 วงจรไฟฟ้าตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์
ที่มา : รุ่งอำไพ เพศแพง (2557 : 9)

วิธีทำ

1. หาค่าความต้านทานรวมของวงจร

$$\frac{1}{R_{T1}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}$$

$$= \frac{1}{18} + \frac{1}{20} + \frac{1}{8}$$

$$= \frac{20 + 18 + 45}{360}$$

$$= 4.33\Omega$$

$$R_T = R_1 + R_{T1}$$

$$= 9 + 4.33$$

$$= 13.33\Omega$$

$$I_T = \frac{E_T}{R}$$

$$= \frac{15}{13.33}$$

= 1.12A

2. หาแรงดันไฟฟ้าตกคร่อม

$V_1 = I_T \times R_{T1}$ = 1.12 x 4.33

= 4.84V

$I_1 = \frac{V_1}{R_2} = \frac{4.84}{18}$

= 0.26A

$I_2 = \frac{V_1}{R_3} = \frac{4.84}{20}$

= 0.24A

$I_3 = \frac{V_1}{R_3} = \frac{4.84}{8}$

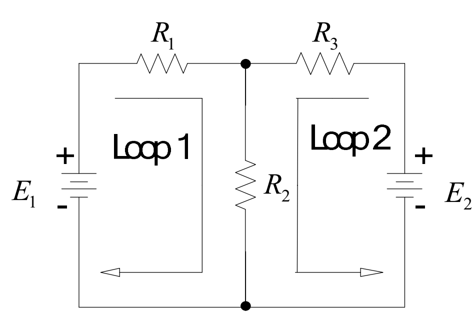
= 0.6A

จะได้ว่า $I_T = I_1 + I_2 + I_3$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแส I_T และ I_3 มีค่าเท่ากับ 1.12A

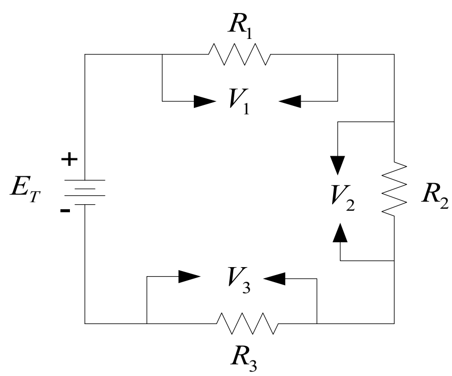
2. กฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์

ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวงจร จะมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมตัวต้านทานในวงจรไฟฟ้าแบบปิด ลักษณะของวงจรไฟฟ้าแบบปิดหรือเรียกว่าลูปของวงจร (Loop) เส้นทางการไหลของกระแสใด ๆ ในวงจรไฟฟ้าถ้าหากเริ่มจากจุดหนึ่งไปตามเส้นทางนั้นแล้ว จะสามารถกลับมายังจุดนั้นได้อีกครั้งจนครบวงจร จะเรียกว่า ลูป (รุ่งอำไพ เพศแพง. 2557 : 9) ซึ่งจะสามารถวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรงตามกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ ดังภาพที่ 7.4



ภาพที่ 7.4 การลูปของวงจร
ที่มา : รุ่งอำไพ เพศแพง (2557 : 10)

จากภาพที่ 7.4 ลักษณะการต่อวงจรไฟฟ้ากระแสตรงโดยการกำหนดลูป (Loop) สำหรับการวิเคราะห์วงจรตามลูปนั้น ๆ และสามารถแสดงวงจรไฟฟ้าสำหรับหาค่าแรงดันรวมภายในวงจรตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์



ภาพที่ 7.5 วงจรอนุกรม

จากภาพที่ 7.5 สมการในการคำนวณหาค่าแรงดันไฟฟ้ารวมโดยใช้กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ (รุ่งอำไพ เพศแพง. 2557 : 10) จะได้ว่า

$$E_T = V_1 + V_2 + V_3$$

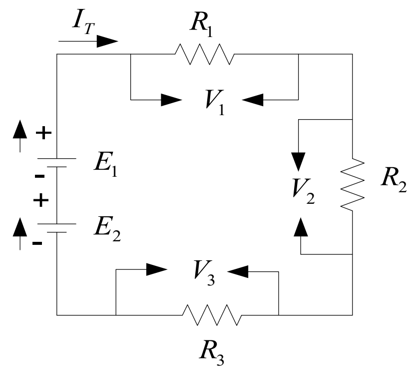
$$= (I_T \times R_1) + (I_T \times R_2) + (I_T \times R_3)$$

$$E_T - (I_T \times R_1) - (I_T \times R_2) - (I_T \times R_3) = 0$$

$$E_T - (I_T \times R_1) + (I_T \times R_2) + (I_T \times R_3) = 0$$

$$E_T + (-I_T \times R_1) - (I_T \times R_2) - (I_T \times R_3) = 0$$

กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์กล่าวไว้ว่า ผลรวมทางพีชคณิตของแรงดันค่าเท่ากับ 0 หรือ จะกล่าวในอีกทางหนึ่ง คือ ในวงจรไฟฟ้าปิดใด ๆ ผลรวมของแรงดันที่จ่ายให้กับวงจรมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงดันที่ตกคร่อมความต้านทานทั้งวงจร (ไมตรี วรวุฒิจรรยากุล. 2540 : 8) ดังภาพที่ 7.6



ภาพที่ 7.6 กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์

ที่มา : ไมตรี วรวุฒิจรรยากุล (2540 : 8)

จากภาพที่ 7.6 แรงดันที่จ่ายให้กับวงจร E_1 และ E_2 ส่วนแรงดันตกคร่อมที่ความต้านทานของวงจร คือ แรงดัน V_1, V_2 และ V_3 ซึ่งจะตกคร่อมที่ตัวต้านทาน R_1, R_2 และ R_3 ตามลำดับจากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะเขียนสมการได้ดังนี้ คือ ผลรวมของแรงดันที่จ่ายให้แก่วงจร = ผลรวมของแรงดันที่ตกคร่อมความต้านทานทั้งวงจร (ไมตรี วรวุฒิจรรยากุล. 2540 : 9)

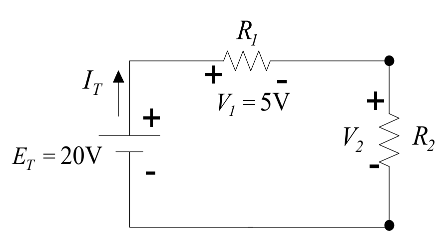
จะได้ว่า $E_1 + E_2 = V_1 + V_2 + V_3$

หรือ $E_1 + E_2 - V_1 - V_2 - V_3 = 0$

หรือ $\sum I = E_1 + E_2 - V_1 - V_2 - V_3 = 0$ (22)

จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ดังกล่าวสามารถนำสมการที่ได้ไปวิเคราะห์หาผลรวมของแรงดันในวงจรได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7.5 จงคำนวณหาค่าแรงดัน V_2 ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 7.7



ภาพที่ 7.7 วงจรตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์

วิธีทำ

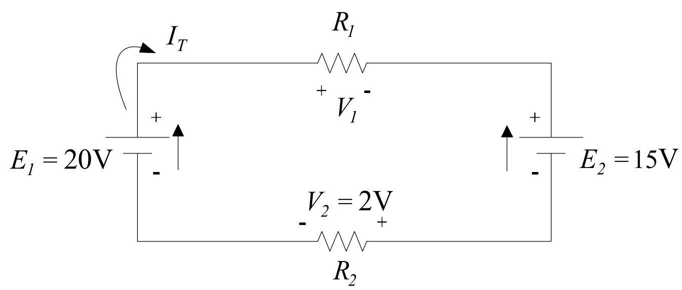
การหาค่าแรงดันตกคร่อม R_2 โดยใช้กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้ว่า

$E_T = V_1 + V_2$

หรือ V_2 = $E_T - V_1$ = 20V - 5V = 15V

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่าแรงดันที่ตกคร่อมความต้านทาน R_2 มีค่าเท่ากับ 15V

ตัวอย่างที่ 7.6 จงคำนวณหาค่าแรงดัน V_1 ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 7.8



ภาพที่ 7.8 วงจรตามกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ E_1 และ E_2

วิธีทำ

การหาค่าแรงดันตกคร่อม R_1 โดยใช้กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ จะได้ว่า

$E_1 - E_2$ = $V_1 + V_2$

หรือ V_1 = $E_1 - E_2 - V_2$ = 20V - 15V - 2V

= 3V

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่าแรงดันที่ตกคร่อมความต้านทาน R_1 มีค่าเท่ากับ 3V

การวิเคราะห์วงจรตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์

การนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์มาใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์เกี่ยวกับวงจรไฟฟ้าเมื่อกำหนดค่าความต้านทานและค่าแหล่งจ่ายแรงดันไฟฟ้าซึ่งในการเขียนสมการแรงดันไฟฟ้าโดยการใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์สามารถพิจารณาได้ดังนี้

1. การเขียนสมการตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ (รุ่งอำไพ เพศแพง. 2557 : 11) มีดังนี้

1.1 ให้สมมติกระแสไฟฟ้าที่ไม่ทราบค่าพร้อมทิศทาง

1.2 กำหนดขั้วแรงดันไฟฟ้าให้กับอุปกรณ์ในวงจรตามทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในวงจร ตามหลักการของกระแสไหลเข้ามีศักย์ไฟฟ้าเป็นบวกและกระแสไหลออกมีศักย์ไฟฟ้าเป็นลบ

1.3 เขียนสมการแรงดันไฟฟ้าตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ในวงจรต่าง ๆ ที่เป็นไปได้และใส่เครื่องหมายหน้าแรงดันไฟฟ้าให้ถูกต้อง

1.4 สมการตัวที่ไม่รู้ค่าจะเป็นกระแสไฟฟ้า และส่วนตัวต้านทานจะกำหนดค่าไว้ดังนั้น จะต้องพยายามหาค่ากระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านภายในวงจร แต่ถ้าหากกระแสไฟฟ้าที่ได้จากการคำนวณมีค่าเป็นลบ (–) แสดงได้ว่ากระแสไฟฟ้าที่แท้จริงมีทิศทางตรงข้ามกับที่สมมติไว้

1.5 จะต้องจำกฎการคูณและการหารเครื่องหมายดังนี้

(+) คูณ (+) ได้ (+)	(+) หาร (+) ได้ (+)
(+) คูณ (–) ได้ (–)	(+) หาร (–) ได้ (–)
(–) คูณ (–) ได้ (+)	(–) หาร (–) ได้ (+)
(–) คูณ (+) ได้ (–)	(–) หาร (+) ได้ (–)

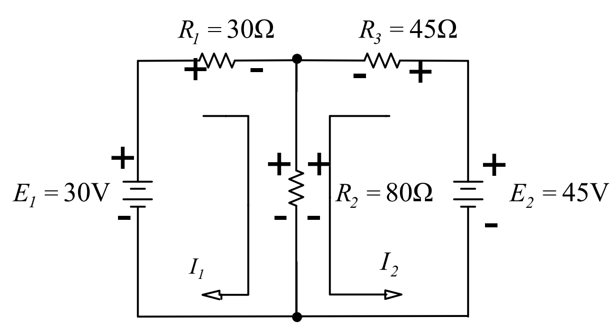
2. การกำหนดเครื่องหมายหน้าแรงดันให้ถูกต้อง (บรรณญัติ บริบูรณ์. 2558 : 3) มีดังนี้

2.1 ใส่เครื่องหมายบวก (+) ต้นทางที่กระแสไฟฟ้าไหลเข้าและใส่เครื่องหมายลบ (–) ลายทางที่กระแสไฟฟ้าไหลออก

2.2 ในการเขียนสมการแรงดันไฟฟ้าให้เริ่มที่จุดใดจุดหนึ่งไล่ไปเรื่อย ๆ พบบวก (+) ให้ใส่เครื่องหมายบวก (+) ถ้าพบลบ (–) ให้ใส่เครื่องหมายลบ (–) จนครบวงจร

จากการศึกษาทฤษฎีเกี่ยวกับเมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์สามารถนำมาใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นโดยเฉพาะอย่างยิ่งเกี่ยวกับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในการหาค่ากระแสตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์และหาค่าแรงดันตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์สามารถนำหลักการต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรงดังแสดงในตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 7.7 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทานในวงจร I_1 และ I_2 ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 7.9



ภาพที่ 7.9 วงจรตามกฎเคอร์ชอฟฟ์ในการหา I_1 และ I_2

วิธีทำ

จากวงจรกำหนดทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าจากขั้วบวกไปหาขั้วลบ จะได้ว่า

Loop 1 $+I_1R_1 + I_1R_2 + I_2R_2 - E_1 = 0$

$I_1R_1 + I_1R_2 + I_2R_2 = E_1$

แทนค่าในสมการ $30I_1 + 80I_1 + 80I_2 = 30$

$110I_1 + 80I_2 = 30$ .... (1)

Loop 2 $+I_2R_3 + I_2R_2 + I_1R_2 - E_2 = 0$

$I_2R_3 + I_2R_2 + I_1R_2 = E_2$

แทนค่าในสมการ $45I_2 + 80I_2 + 80I_1 = 45$

$125I_2 + 80I_1 = 45$

$80I_1 + 125I_2 = 45$ .... (2)

หาค่า I_1 จากสมการที่ (1)

$110I_1 + 80I_2 = 30$

$110I_1 = 30 - 80I_2$

$I_1 = \frac{30 - 80I_2}{110}$ .... (3)

แทนค่า I_1 ในสมการที่ (2) จะได้ว่า

$80I_1 + 125I_2 = 45$

$\frac{80(30 - 80I_2)}{110} + 125I_2 = 45$

คูณ 80 เข้าไปในวงเล็บจะได้

$\frac{2,400}{110} - \frac{6,400I_2}{110} + 125I_2 = 45$

เอา 110 คูณตลอดเพื่อกำจัดตัวส่วนให้หมดไปจะได้ว่า

$\left(\frac{2,400}{110} \times 110\right) - \left(\frac{6,400I_2}{110} \times 110\right) + \left(125I_2 \times 110\right) = 45 \times 110$

$2,400 - 6,400I_2 + 13,750I_2 = 4,950I_2$

$(13,750 - 6,400)I_2 = 4,950 - 2,400$

$$7{,}350\,I_2 = 2{,}550$$

$$I_2 = \frac{2{,}550}{7{,}350}$$

$$= 0.34\text{A}$$

ดังนั้น กระแส I_2 ใน Loop ที่ 2 มีค่าเท่ากับ 0.34A $\approx$ 340mA

แทนค่า I_2 ในสมการที่ (3)

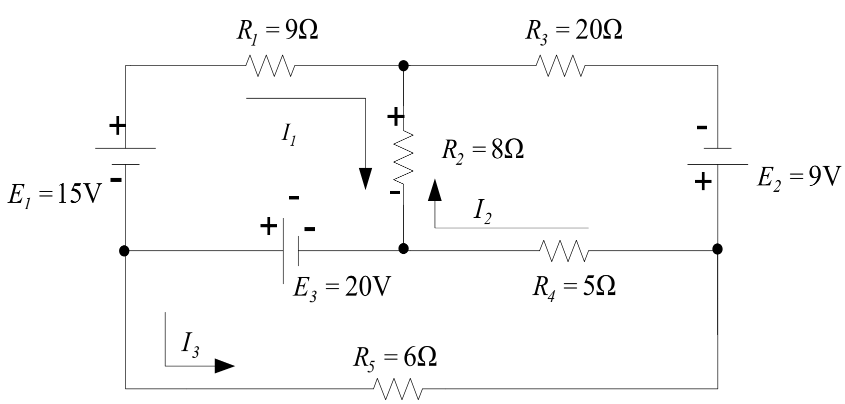
$$I_1 = \frac{30 - 80I_2}{110}$$

$$= \frac{30 - 80(0.34)}{110}$$

$$= 0.02\text{A} \approx 20\text{mA}$$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแส I_1 ใน Loop ที่ 1 มีค่าเท่ากับ 0.02A
และค่ากระแส I_2 ใน Loop ที่ 2 มีค่าเท่ากับ 0.34A

ตัวอย่างที่ 7.8 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทานในวงจรของ I_1, I_2 และ I_3 ที่กำหนดให้ ดังภาพที่ 7.10



ภาพที่ 7.10 วงจรตามกฎเคอร์ชอฟฟ์ในการหา I_1, I_2 และ I_3

วิธีทำ

Loop 1 $\quad I_1R_1 + I_1R_2 - I_2R_2 - E_3 - E_1 = 0$

$$9I_1 + 8I_1 - 8I_2 - 20\text{V} - 15\text{V} = 0$$

$$17I_1 - 8I_2 = 35 \quad \text{.............. (1)}$$

Loop 2 $-I_1R_2 + I_2R_2 + I_2R_3 + I_2R_4 + I_3R_4 - E_2 = 0$

$-8I_1 + 8I_2 + 20I_2 + 5I_2 + 5I_3 - 9V = 0$

$-8I_1 + 33I_2 + 5I_3 = 9$ .... (2)

Loop 3 $I_3R_5 + I_3R_4 + I_2R_4 - E_3 = 0$

$6I_3 + 5I_3 + 5I_2 - 20V = 0$

$5I_2 + 11I_3 = 20$ .... (3)

จะได้สมการ

$17I_1 - 8I_2 = 35$

$-8I_1 + 33I_2 + 5I_3 = 9$

$5I_2 + 11I_3 = 20$

สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ จะได้ว่า

$$\begin{bmatrix} 17 & -8 & 0 \\ -8 & 33 & 5 \\ 0 & 5 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 9 \\ 20 \end{bmatrix}$$

หาค่าดีเทอร์มิแนนท์

$$D = \begin{vmatrix} 17 & -8 & 0 & 17 & -8 \\ -8 & 33 & 5 & -8 & 33 \\ 0 & 5 & 11 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

$= (6171 + 0 + 0) - (0 + 425 + 704)$

$= 6171 - 1129$

$= 5,042$

$$DI_1 = \begin{vmatrix} 35 & -8 & 0 & 35 & -8 \\ 9 & 33 & 5 & 9 & 33 \\ 20 & 5 & 11 & 20 & 5 \end{vmatrix}$$

$= (12,705 - 800 + 0) - (0 + 875 - 792)$

$= 11,905 + 83$

$= 11,822$

$$I_1 = \frac{DI_1}{D}$$

$$= \frac{11,822}{5,042}$$

$= 2.34\text{A}$

$$DI_2 = \begin{vmatrix} 17 & 35 & 0 & 17 & 35 \\ -8 & 9 & 5 & -8 & 9 \\ 0 & 20 & 11 & 0 & 20 \end{vmatrix}$$

$= (1,683 + 0 + 0) - (0 + 1,700 - 3,080)$

$= 1,683 + 1,380$

$= 303$

$$I_2 = \frac{DI_2}{D}$$

$$= \frac{303}{5,042}$$

$= 0.06\text{A}$

$$DI_3 = \begin{vmatrix} 17 & -8 & 35 & 17 & -8 \\ -8 & 33 & 9 & -8 & 33 \\ 0 & 5 & 20 & 0 & 5 \end{vmatrix}$$

$= (11,220 + 0 - 1,400) - (0 + 765 + 1,280)$

$= 9,820 - 2,045$

$= 7,775$

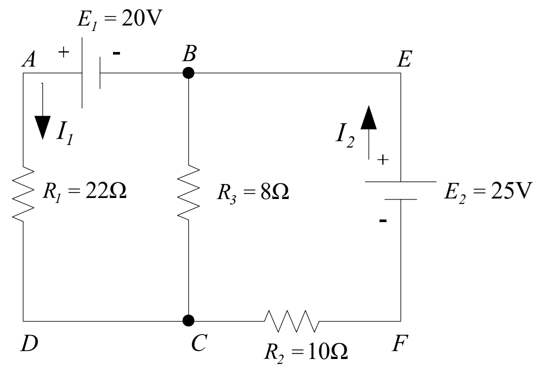
$$I_3 = \frac{DI_3}{D}$$

$$= \frac{7,775}{5,042}$$

$= 1.54\text{A}$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแส I_1 ใน Loop ที่ 1 มีค่าเท่ากับ 2.34A
ค่ากระแส I_2 ใน Loop ที่ 2 มีค่าเท่ากับ 0.06A
และค่ากระแส I_3 ใน Loop ที่ 3 มีค่าเท่ากับ 1.54A

ตัวอย่างที่ 7.9 จงคำนวณหาค่าของกระแสที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัว ที่กำหนดให้ดังภาพที่ 7.11



ภาพที่ 7.11 วงจรไฟฟ้าแบบ 2 แหล่งจ่ายตามกฎเคอร์ชอฟฟ์

วิธีทำ

จากภาพที่ 7.11 โดยกำหนดให้กระแส I_1 และ I_2 ไหลผ่านในแต่ละ Loop โดยใช้กฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์ในการวิเคราะห์วงจรสามารถเขียนสมการได้ดังนี้

ในวง $ABCD$ จะได้ว่า $22I_1 + 8(I_1 + I_2) = -20$ .... (1)

ในวง $BCFE$ จะได้ว่า $10I_2 + 8(I_1 + I_2) = 25$ .... (2)

จากสมการที่ (1) จะได้ $30I_1 + 8I_2 = -20$ .... (3)

จากสมการที่ (2) จะได้ $8I_1 + 18I_2 = 25$ .... (4)

โดยเขียนสมการที่ (3) และ (4) ในรูปของเมตริกซ์จะได้ว่า

$$\begin{vmatrix} 30 & 8 \\ 8 & 18 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -20 \\ 25 \end{vmatrix}$$

$$D = \begin{vmatrix} 30 & 8 \\ 8 & 18 \end{vmatrix}$$

$$= 540 - 64 \qquad = 476$$

ดังนั้นจะได้

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} -20 & 8 \\ 25 & 18 \end{vmatrix}}{D}$$

$$= \frac{-360 - 200}{476} \qquad = \frac{-560}{476}$$

$$= -1.17A$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 30 & -20 \\ 8 & 25 \end{vmatrix}}{D}$$

$= \dfrac{750+160}{476} \qquad = \dfrac{910}{476}$

$= 1.91A$

จะได้ค่า $I_1 + I_2$ = -1.17A + 1.91A

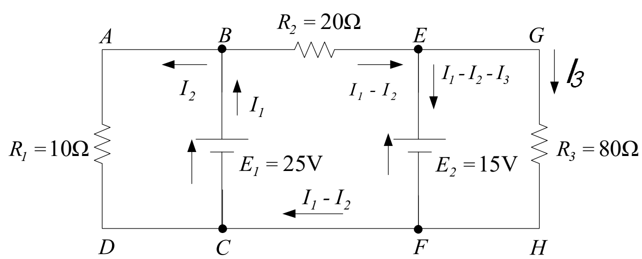
= 0.74A

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแสที่ไหลผ่าน R_1 มีค่าเท่ากับ 1.17A

ค่ากระแสที่ไหลผ่าน R_2 มีค่าเท่ากับ 1.91A

และค่ากระแสที่ไหลผ่าน R_3 มีค่าเท่ากับ 0.74A

ตัวอย่างที่ 7.10 จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทานในแต่ละตัว ที่กำหนดให้ดังภาพที่ 7.12



ภาพที่ 7.12 การกำหนดโนดวงจรไฟฟ้าตามกฎเคอร์ชอฟฟ์

วิธีทำ

จากภาพที่ 7.12 จะเห็นได้ว่ากระแส I_1, I_2 และ I_3 ไหลในวงจร พร้อมทั้งทิศทาง จากกฎแรงดันของเคอร์ชอฟฟ์เขียนสมการได้ดังนี้

ในวง $BADC$ จะได้ว่า	$10I_2$	= 25	.... (1)
ในวง $BEFC$ จะได้ว่า	$20(I_1 - I_2)$	= 25–15	.... (2)
ในวง $BEGHFC$ จะได้ว่า	$10I_2 + 80I_3$	= 25	.... (3)
จากสมการที่ (1) จะได้ว่า	$10I_2$	= 25	.... (4)
จากสมการที่ (2) จะได้ว่า	$20I_1 - 20I_2$	= 10	.... (5)
จากสมการที่ (3) จะได้ว่า	$20I_1 - 20I_2 + 80I_3$	= 25	.... (6)

เมื่อแรงดันมีหน่วยเป็น V, ความต้านทานมีหน่วยเป็น Ω และกระแสจะมีหน่วยเป็น A สามารถเขียนสมการที่ (4), (5) และ (6) ในรูปของเมตริกซ์ จะได้ว่า

$$\begin{vmatrix} 0 & 10 & 0 \\ 20 & -20 & 0 \\ 20 & -20 & 80 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 25 \\ 10 \\ 25 \end{vmatrix}$$

$$D = \left|\begin{matrix} 0 & 10 & 0 \\ 20 & -20 & 0 \\ 20 & -20 & 80 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 0 & 10 \\ 20 & -20 \\ 20 & -20 \end{matrix}$$

$= -16,000$

ดังนั้นจะได้

$$DI_1 = \left|\begin{matrix} 25 & 10 & 0 \\ 10 & -20 & 0 \\ 25 & -20 & 80 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 25 & 10 \\ 10 & -20 \\ 25 & -20 \end{matrix}$$

$= -48,000$

$$I_1 = \frac{DI_1}{D}$$

$$= \frac{-48,000}{-16,000}$$

$= 3A$

$$DI_2 = \left|\begin{matrix} 0 & 25 & 0 \\ 20 & 10 & 0 \\ 20 & 25 & 80 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 0 & 25 \\ 20 & 10 \\ 20 & 25 \end{matrix}$$

$= -40,000$

$$I_2 = \frac{DI_2}{D}$$

$$= \frac{-40,000}{-16,000}$$

$= 2.5A$

$$DI_3 = \left|\begin{matrix} 0 & 10 & 25 \\ 20 & -20 & 10 \\ 20 & -20 & 25 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 0 & 10 \\ 20 & -20 \\ 20 & -20 \end{matrix}$$

$= -3,000$

$$I_3 = \frac{DI_3}{D}$$

$$= \frac{-3,000}{-16,000}$$

$= 0.18A$

จะได้ว่า $I_1 - I_2 = 3A - 2.5A$

$= 0.5A$

ดังนั้น สามารถสรุปได้ว่า ค่ากระแสที่ไหลผ่าน R_1 มีค่าเท่ากับ 2.5A

ค่ากระแสที่ไหลผ่าน R_2 มีค่าเท่ากับ 0.5A

และค่ากระแสที่ไหลผ่าน R_3 มีค่าเท่ากับ 0.18A

สรุป

จากการศึกษาเนื้อหาเกี่ยวกับเมตริกซ์ (Matrix) สามารถสรุปได้ว่าเป็นการเขียนจำนวนตัวเลขในรูปแบบเฉพาะที่มีการระบุตำแหน่งของตัวเลขแต่ละตัว โดยการจัดกลุ่มเรียงแถวและหลักอย่างเป็นระเบียบ ซึ่งจะเรียกกลุ่มตัวเลขในรูปแบบนี้ว่า เมตริกซ์ สามารถสร้างระบบให้สอดคล้องกันโดยมีการกำหนดคุณสมบัติได้ด้วยวิธีการบวก การลบ การคูณ และส่วนกลับ นอกจากนี้นำไปคำนวณในลักษณะเฉพาะที่เรียกว่า ดีเทอร์มิแนนท์ เป็นปฏิบัติการเชื่อมโยงกันและนำไปประยุกต์ใช้แก้ระบบสมการเชิงเส้นได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งในเนื้อหาบทเรียนนี้ได้นำมาประยุกต์ใช้ในการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าในการหาค่ากระแสที่ไหลผ่านภายในวงจรและการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าที่มีความยุ่งยากซับซ้อนตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ โดยสามารถเขียนสมการของเมตริกซ์ในลักษณะสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งจะจำแนกจำนวนแถวและหลักได้อย่างชัดเจนและเขียน [ ] หรือ ( ) ล้อมรอบตัวเลขที่เรียกว่า เมตริกซ์ และเรียกตัวเลขที่อยู่ภายในว่า “สมาชิก” ที่มีจำนวนแถว (Row) = M และหลัก (Column) = N จะเรียกว่าเมตริกซ์ $M \times N$ เช่น เมตริกซ์ A มีมิติ 2×3

จากทฤษฎีตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ สามารถสรุปได้ว่าการนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์ (Kirchoff’s Current Law) มาใช้ในการแก้ปัญหาวงจรไฟฟ้าที่ยุ่งยากซับซ้อนกฎของเคอร์ชอฟฟ์จะช่วยแก้ปัญหาได้โดยสรุปเป็นกฎของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวว่า “กระแสไฟฟ้าที่ไหลเข้าจุดใดจุดหนึ่งในวงจรไฟฟ้า จะเท่ากับกระแสไฟฟ้าที่ไหลออกจากจุดนั้น” จากคำกล่าวที่ผ่านมาสามารถนำมาเขียนเป็นสมการอย่างง่ายได้ว่าผลรวมของกระแสไหลเข้ามีค่าเท่ากับผลรวมของกระแสที่ไหลออก และกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ กล่าวว่า “แรงดันไฟฟ้าที่จ่ายให้กับวงจรไฟฟ้าปิดใด ๆ จะมีค่าเท่ากับผลบวกของแรงดันไฟฟ้าที่ตกคร่อมความต้านทานในวงจรไฟฟ้าปิดนั้น” จากคำกล่าวที่ผ่านมาสามารถนำมาเขียนเป็นสมการได้ว่าผลรวมของแรงดันที่จ่ายในวงจรปิดมีค่าเท่ากับผลรวมของแรงดันที่ตกคร่อมภาระในวงจรไฟฟ้าปิดนั้น ๆ

จากการศึกษาตัวอย่างการวิเคราะห์วงจรตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ สามารถสรุปได้ว่าการนำกฎของเคอร์ชอฟฟ์มาใช้ในการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้าจะเห็นได้ว่าการหาค่ากระแสและแรงดันสามารถทำได้ตามหลักการเขียนสมการ เช่น การเขียนสมการแรงดันโดยการกำหนดขั้วแรงดันไฟฟ้าให้กับอุปกรณ์ในวงจรตามทิศทางการไหลของกระแสไฟฟ้าในวงจรตามหลักการของกระแสไหลเข้ามีศักย์ไฟฟ้าเป็นบวกและกระแสไหลออกมีศักย์ไฟฟ้าเป็นลบ และเขียนสมการแรงดันไฟฟ้าตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ในวงจรต่าง ๆ ที่เป็นไปได้และใส่เครื่องหมายหน้าแรงดันไฟฟ้าให้ถูกต้อง ซึ่งเครื่องหมายที่ใช้ในการเขียนสมการตามทิศทางการไหลของกระแสมีดังนี้

(+) คูณ (+) ได้ (+)	(+) หาร (+) ได้ (+)
(+) คูณ (–) ได้ (–)	(+) หาร (–) ได้ (–)
(–) คูณ (–) ได้ (+)	(–) หาร (–) ได้ (+)
(–) คูณ (+) ได้ (–)	(–) หาร (+) ได้ (–)

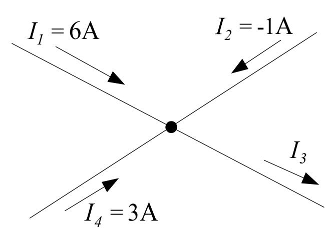
คำถามท้ายบท

ให้นักศึกษาวิเคราะห์วงจรไฟฟ้ากระแสตรงตามกฎของเคอร์ชอฟฟ์ และตอบคำถามให้ถูกต้องดังต่อไปนี้

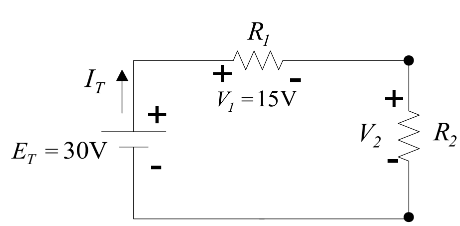
1. จงอธิบายกฎกระแสไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ มาพอเข้าใจ
2. จงอธิบายกฎแรงดันไฟฟ้าของเคอร์ชอฟฟ์ มาพอเข้าใจ
3. จงแก้สมการหาค่าของ x, y และ z

$$x + 8y + 2y = 30$$
$$x + 5y + z = 18$$
$$3x + y + 2z = 12$$

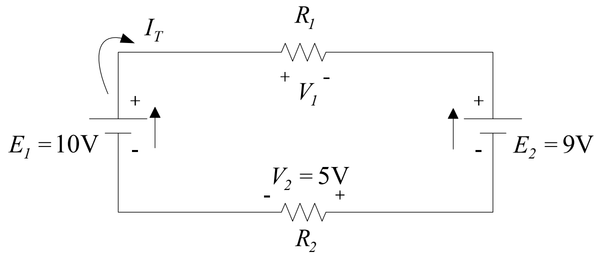
4. จงคำนวณหาค่ากระแส I_3 จากภาพวงจรต่อไปนี้



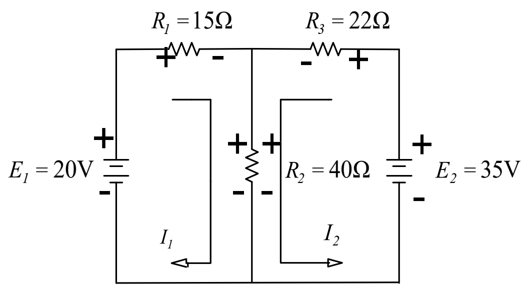
5. จงคำนวณหาค่าแรงดันตกคร่อม V_2 จากภาพวงจรต่อไปนี้



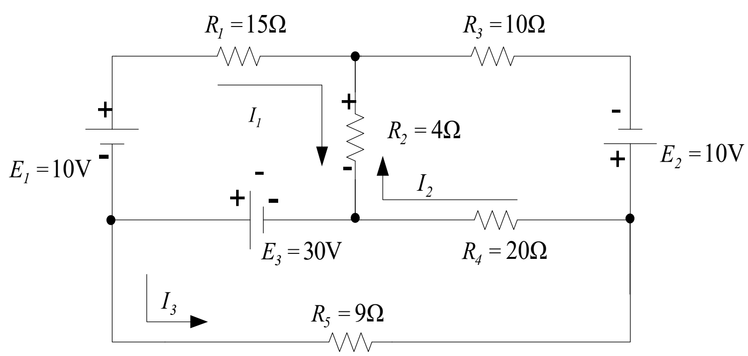
6. จงคำนวณหาค่าแรงดันตกคร่อม V_1 จากภาพวงจรต่อไปนี้



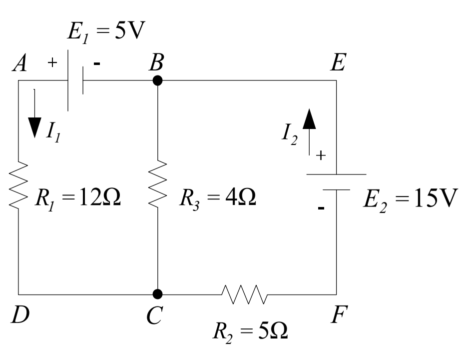
7. จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้า I_1 และ I_2 จากภาพวงจรต่อไปนี้



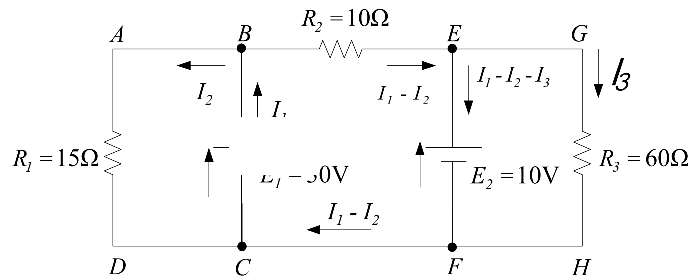
8. จงคำนวณหาค่ากระแสไฟฟ้า I_1, I_2 และ I_3 จากภาพวงจรต่อไปนี้



9. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัว จากภาพวงจรต่อไปนี้



10. จงคำนวณหาค่ากระแสที่ไหลผ่านความต้านทานแต่ละตัว จากภาพวงจรต่อไปนี้



เอกสารอ้างอิง

กองพัน อารีรักษ์. (2557). **วงจรไฟฟ้า**. สำนักพิมพ์มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีสุรนารี.

เจษฎา ชินรุ่งเรือง. (2557). **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้าเบื้องต้น**. พิมพ์ครั้งที่ 3. กรุงเทพฯ : สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ชัด อินทะสี. (2553). **วงจรไฟฟ้ากระแสตรง**. กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดยูเคชั่น.

ธีระศักดิ์ อุรัจนานนท์. (2556). **เมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์**. (ออนไลน์) สืบค้นเมื่อวันที่ 2 พฤศจิกายน 2559. จาก http://teerasak.rmutl.ac.th/wp-content/uploads/2013/06/เมตริกซ์และดีเทอร์มิแนนท์2014web1.pdf.

บรรณญัติ บริบูรณ์. (2558). **กฎของเคอร์ชอฟฟ์**. (ออนไลน์) สืบค้นเมื่อ วันที่ 2 พฤศจิกายน 2559. จาก http://academic.udru.ac.th/~banyat/?p=497.

ไมตรี วรวุฒิจรรยากุล. (2540). **ทฤษฎีวงจรไฟฟ้า เล่ม 2**. กรุงเทพฯ : ศูนย์การพิมพ์พลชัย.

รุ่งอำไพ เพศแพง. (2557). **กฎของโอห์มและกฎของเคอร์ชอฟฟ์**. (ออนไลน์) สืบค้นเมื่อ วันที่ 2 พฤศจิกายน 2559. จาก http://lpc.ac.th/imageupload/41979/DATA/untitled%20folder/หน่วยที่%201%20วิชาวงจรไฟฟ้ากระแสตรง.pdf.

สัทธา หาญวงศ์ฤทธิ์. (2556). **ดีเทอร์มิแนนท์**. (ออนไลน์) สืบค้นเมื่อวันที่ 5 พฤศจิกายน 2559. จาก http://www.electron.rmutphysics.com/news/index.php?option=com_content&task=view&id=1589&Itemid=3&limit=1&limitstart=14.