บทที่ 1
ความน่าจะเป็น

1.1 บทนำ

ในชีวิตประจำวันเราอยู่กับเหตุการณ์ต่าง ๆ และมีคำถามอยู่ในใจตลอดเวลา เช่น

- พรุ่งนี้ฝนจะตกหรือไม่
- นายกอาจลาออกและยุบสภาเร็ว ๆ นี้
- ทีมฟุตบอลทีมใดจะได้เป็นแชมป์โลก
- ใครชนะเลือกตั้งในสมัยหน้า

ประโยคดังกล่าวข้างต้น เป็นคำพูดที่เกี่ยวข้องกับการคาดคะเน การทำนาย โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ หรือความเป็นไปได้ที่เหตุการณ์ดังกล่าวจะมีโอกาสเกิดขึ้น ซึ่งไม่สามารถบอกได้แน่ชัดว่าเหตุการณ์เหล่านั้นจะเกิดขึ้นหรือไม่จนกว่าจะถึงเวลาที่กำหนด ซึ่งในทางคณิตศาสตร์ เรากล่าวว่าจำนวนหนึ่งที่บอกถึงโอกาสที่เหตุการณ์นั้น ๆ จะเกิดขึ้นว่า “**ความน่าจะเป็น** (Probability) ของเหตุการณ์” ซึ่งอาจจะมีโอกาสเกิดมากหรือน้อยแตกต่างกัน เช่น เมื่อโยนเหรียญความน่าจะเป็นของเหรียญที่จะออกหัวหรือก้อยเท่ากับ 0.5 และความน่าจะเป็นของการเกิดฝนตกในจังหวัดบุรีรัมย์ในวันพรุ่งนี้มีค่าเท่ากับ 0.7

1.2 การทดลองสุ่ม

การทดลองสุ่ม (Random Experiment) คือ การทดลองที่ไม่สามารถทำนายผลการทดลองได้อย่างถูกต้องแน่นอน เนื่องจากผลของการทดลองที่ได้อาจเกิดขึ้นได้หลายอย่าง

1.3 แซมเปิลสเปซ

แซมเปิลสเปซ (Sample Space) คือ เซตของผลลัพธ์ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม เขียนแทนด้วย S และเรียกสมาชิกของแซมเปิลสเปซว่า แซมเปิลพอยท์ (Sample Point) และจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซเขียนแทนด้วย $n(S)$

ตัวอย่างที่ 1.1 จากการทดลองสุ่มต่อไปนี้จงเขียนแซมเปิลสเปซ

1. โยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง
2. โยนเหรียญห้าบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง
3. โยนเหรียญห้าบาท 1 เหรียญ จำนวน 2 ครั้ง
4. สุ่ม สามี – ภรรยา มา 1 คู่ สอบถามเกี่ยวกับกรุ๊ปเลือด ของสามี-ภรรยาคู่นี้
5. ในการตรวจคุณภาพของสินค้าที่ผลิตโดยเครื่องจักรของโรงงานแห่งหนึ่ง หยิบสินค้ามา 3 ชิ้น แล้วตรวจสภาพทีละชิ้นว่าชำรุดหรือไม่

วิธีทำ

1. โยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$n(S) = 6$$

2. โยนเหรียญห้าบาท 1 เหรียญ 1 ครั้ง

ให้ H แทน หัว

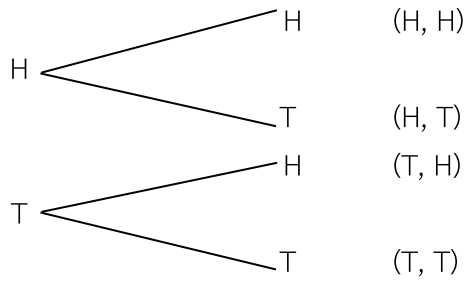
T แทน ก้อย

ดังนั้น $S = \{H, T\}$

$n(S) = 2$

3. โยนเหรียญห้าบาท 1 เหรียญ จำนวน 2 ครั้ง

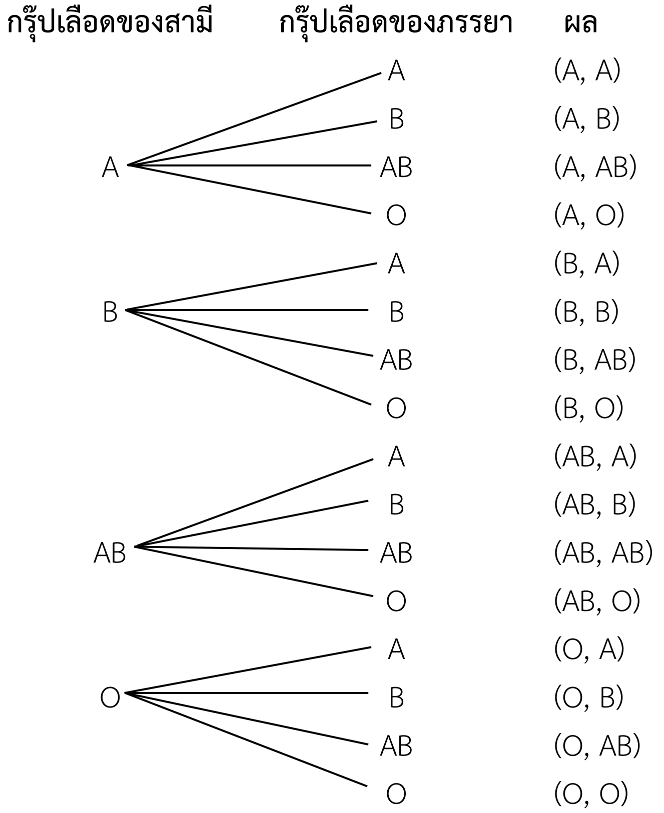
ครั้งที่ 1 **ครั้งที่ 2** **ผล**



ดังนั้น $S = \{(H, H), (H, T), (T, H), (T, T)\}$

$n(S) = 4$

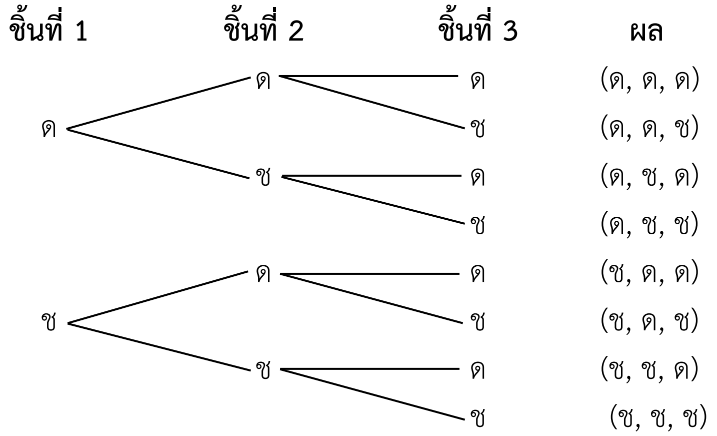
4. สุ่ม สามี – ภรรยา มา 1 คู่สอบถามเกี่ยวกับกรุ๊ปเลือด ของสามี-ภรรยาคู่นี้ กรุ๊ปเลือดของคนเราอาจเป็นกรุ๊ป A, B, AB หรือ O อย่างใดอย่างหนึ่ง ดังนั้น แซมเปิลสเปซของสามี-ภรรยา คู่นี้ แสดงได้ดังนี้



นั่นคือ $S = \left\{ \begin{array}{l} (A, A), (A, B), (A, AB), (A, O), (B, A), (B, B), \\ (B, AB), (B, O), (AB, A), (AB, B), (AB, AB), \\ (AB, O), (O, A), (O, B), (O, AB), (O, O) \end{array} \right\}$

$n(S) = 16$

5. ในการตรวจคุณภาพของสินค้าที่ผลิตโดยเครื่องจักรของโรงงานแห่งหนึ่ง หยิบสินค้ามา 3 ชิ้น แล้วตรวจสภาพทีละชิ้นว่าชำรุดหรือไม่
   ให้ “ด” แทน ตรวจพบสินค้าดี
   “ช” แทน ตรวจพบสินค้าชำรุด
   ดังนั้น แซมเปิลสเปซของการตรวจสภาพทีละชิ้นว่าชำรุดหรือไม่แสดงได้ดังนี้



นั่นคือ $S = \begin{Bmatrix} (ด,ด,ด),(ด,ด,ช),(ด,ช,ด),(ด,ช,ช), \\ (ช,ด,ด),(ช,ด,ช),(ช,ช,ด),(ช,ช,ช) \end{Bmatrix}$

$n(S) = 8$

1.4 เหตุการณ์ (Event)

เหตุการณ์ (Event) คือ เซตย่อย (Subset) ของแซมเปิลสเปซ S เขียนแทนด้วย E

ตัวอย่างที่ 1.2 ในการสอบถามครอบครัวหนึ่งซึ่งมีบุตร 3 คน คือ คนโต คนกลาง และคนเล็ก จงเขียน

1. แซมเปิลสเปซของเพศของบุตรของครอบครัวนี้
2. เหตุการณ์ที่ได้บุตรอย่างน้อย 2 คนเป็นชาย
3. เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนโตเป็นผู้หญิง
4. เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนกลางเป็นผู้ชาย
5. เหตุการณ์ที่ได้บุตรเป็นหญิง 2 คน

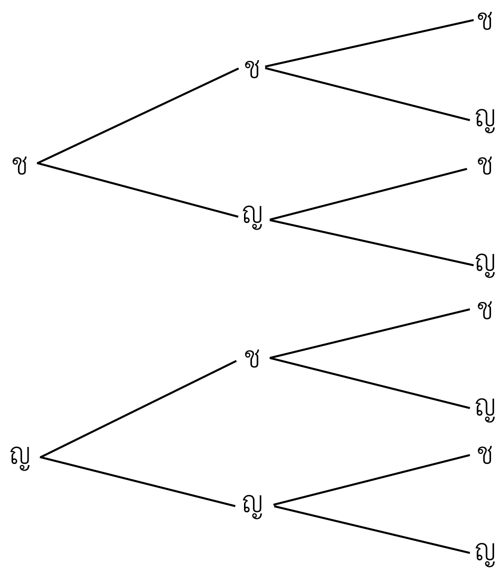
วิธีทำ จากการสอบถามเกี่ยวกับเพศของบุตรของครอบครัวหนึ่งซึ่งมีบุตร 3 คน คือ คนโต คนกลาง และคนเล็ก

ให้ "ช" แทน เพศชาย

"ญ" แทน เพศหญิง

1. แซมเปิลสเปซของเพศของบุตรของครอบครัวนี้

คนโต **คนกลาง** **คนเล็ก** **ผล**



(ช, ช, ช)
(ช, ช, ญ)
(ช, ญ, ช)
(ช, ญ, ญ)
(ญ, ช, ช)
(ญ, ช, ญ)
(ญ, ญ, ช)
(ญ, ญ, ญ)

นั่นคือ $S = \begin{Bmatrix} (ช,ช,ช),(ช,ช,ญ),(ช,ญ,ช),(ช,ญ,ญ), \\ (ญ,ช,ช),(ญ,ช,ญ),(ญ,ญ,ช),(ญ,ญ,ญ) \end{Bmatrix}$

$n(S) = 8$

2. เหตุการณ์ที่บุตรอย่างน้อย 2 คนเป็นชาย

ให้ E_2 แทน เหตุการณ์ที่ได้บุตรอย่างน้อย 2 คนเป็นชาย

$E_2 = \{(ช,ช,ช),(ช,ช,ญ),(ช,ญ,ช),(ญ,ช,ช)\}$

$n(E_2) = 4$

3. เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนโตเป็นผู้หญิง

ให้ E_3 แทน เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนโตเป็นผู้หญิง

$E_3 = \{(ญ,ช,ช),(ญ,ช,ญ),(ญ,ญ,ช),(ญ,ญ,ญ)\}$

$n(E_3) = 4$

4. เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนกลางเป็นผู้ชาย

ให้ E_4 แทน เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนกลางเป็นผู้ชาย

$$E_4 = \{(ช,ช,ช),(ช,ช,ญ),(ญ,ช,ช),(ญ,ช,ญ)\}$$

$$n(E_4) = 4$$

5. เหตุการณ์ที่ได้บุตรเป็นหญิง 2 คน

ให้ E_5 แทน เหตุการณ์ที่ได้บุตรเป็นหญิง 2 คน

$$E_5 = \{(ช,ญ,ญ),(ญ,ช,ญ),(ญ,ญ,ช)\}$$

$$n(E_5) = 3$$

1.5 การดำเนินการระหว่างเหตุการณ์

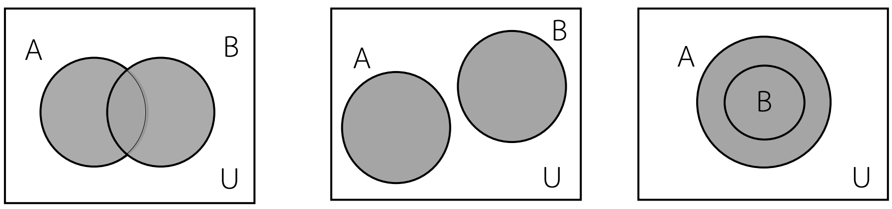
ในการทดลองสุ่มมักจะสนใจการเกิดขึ้นของเหตุการณ์ (Event) ต่าง ๆ มากกว่า ซึ่งเป็นเซตย่อย (Subset) ของแซมเปิลสเปซ S ถ้าในเหตุการณ์นั้นไม่มีแซมเปิลพอยท์เลย เหตุการณ์นั้นเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปไม่ได้ซึ่งเขียนแทนด้วยเซตว่าง ($\varnothing$) นอกจากนี้เหตุการณ์อาจจะประกอบด้วยแซมเปิลพอยท์ทั้งหมดก็ได้ซึ่งเป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นอย่างแน่นอน

เนื่องจากเหตุการณ์แทนได้ด้วยเซต ดังนั้นการดำเนินการระหว่างเซต (Operation on set) ได้แก่ ยูเนียน (Union) อินเตอร์เซคชัน (Intersection) ผลต่าง (Difference) และคอมพลีเมนต์ (Complement) จึงทำให้เกิดเหตุการณ์ใหม่ขึ้น ดังนี้

1. ยูเนียน (Union)

ยูเนียนของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของเซต A หรือของเซต B หรือของทั้งสองเซต เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cup B$

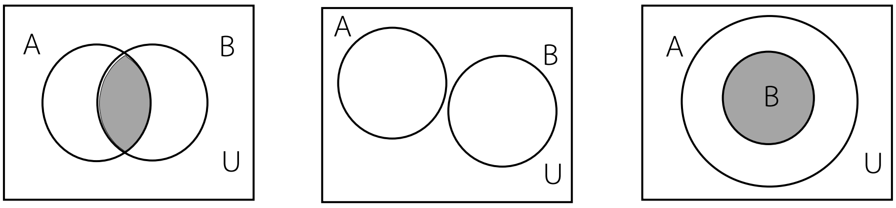
ดังนั้น $A \cup B = \{x \in U \mid x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$



2. อินเตอร์เซคชัน (Intersection)

อินเตอร์เซคชันของเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของทั้งเซต A และเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A \cap B$

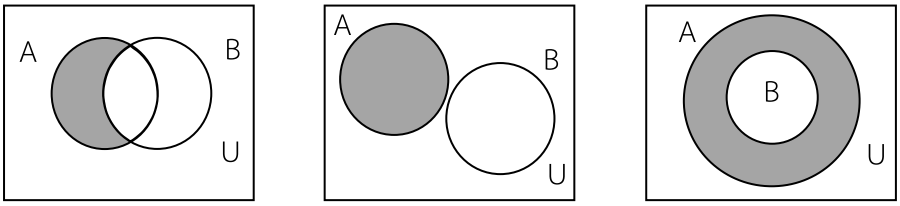
ดังนั้น $A \cap B = \{x \in U \mid x \in A$ และ $x \in B\}$



3. ผลต่าง (Difference)

ผลต่างระหว่างเซต A และเซต B คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของเซต A แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต B เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $A - B$

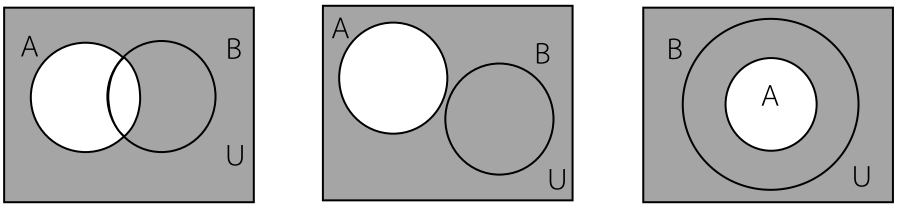
ดังนั้น $A - B = \{x \in U \mid x \in A$ และ $x \notin B\}$



4. คอมพลีเมนต์ (Complement)

คอมพลีเมนต์ของเซต A คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งเป็นสมาชิกของ U แต่ไม่เป็นสมาชิกของเซต A เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ A'

ดังนั้น $A' = \{x \in U \mid x \notin A\}$



ตัวอย่างที่ 1.3 กำหนดให้ $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A = \{0, 1, 2, 4, 6, 9\}$

$B = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

$C = \{0, 1\}$

จงหา 1. $A \cup B$ 5. $A' \cup C$

2. $A \cap B$ 6. $B' \cap C$

3. $B \cap C$ 7. $C' - A$

4. $A - B$ 8. $B' \cap A'$

วิธีทำ 1. $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

2. $A \cap B = \{1, 2, 9\}$

3. $B \cap C = \{1\}$

4. $A - B = \{0, 4, 6\}$

5. $A' \cup C = \{0, 1, 3, 5, 7, 8\}$

6. $B' \cap C = \{0\}$

7. $C' - A = \{3, 5, 7, 8\}$

8. $B' \cap A' = \{8\}$

ตัวอย่างที่ 1.4 ในการทอดลูกเต๋าสองลูก 1 ครั้ง จงเขียนเหตุการณ์ต่อไปนี้

1. ผลบวกของแต้มเป็น 6 และแต้มที่ขึ้นเป็นจำนวนคี่ทั้ง 2 ลูก
2. ผลบวกของแต้มเป็น 6 หรือแต้มที่ขึ้นเป็นจำนวนคู่ทั้ง 2 ลูก

วิธีทำ ในการทอดลูกเต๋าสองลูก 1 ครั้ง จะได้

$$S = \left\{\begin{array}{l} (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), \\ (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), \\ (4,1)\ (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), \\ (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6) \end{array}\right\}$$

ให้ A แทน เหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มเป็น 6

$A = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$

$n(A) = 5$

ให้ B แทน เหตุการณ์ที่แต้มขึ้นเป็นจำนวนคี่ทั้ง 2 ลูก

$B = \{(1, 1), (1, 3), (1, 5), (3, 1), (3, 3), (3, 5), (5, 1), (5, 3), (5, 5)\}$

$n(B) = 9$

ให้ C แทน เหตุการณ์ที่แต้มขึ้นเป็นจำนวนคู่ทั้ง 2 ลูก

$$C = \{(2,2),(2,4),(2,6),(4,2),(4,4),(4,6),(6,2),(6,4),(6,6)\}$$

$$n(C) = 9$$

จะได้ว่า

1. ผลบวกของแต้มเป็น 6 และแต้มที่ขึ้นเป็นจำนวนคี่ทั้ง 2 ลูก

จะได้ $A \cap B = \{(1,5),(3,3),(5,1)\}$

$$n(A \cap B) = 3$$

2. ผลบวกของแต้มเป็น 6 หรือแต้มที่ขึ้นเป็นจำนวนคู่ทั้ง 2 ลูก

จะได้ $A \cup C = \left\{ \begin{array}{l} (1,5),(2,2),(2,4),(2,6),(3,3),(4,2), \\ (4,4),(4,6),(5,1),(6,2),(6,4),(6,6) \end{array} \right\}$

$$n(A \cup C) = 12$$

1.6 เทคนิคการนับ

ในการศึกษาความน่าจะเป็นเกี่ยวกับการนับจำนวนวิธี หรือผลลัพธ์ที่เป็นไปได้ของสิ่งของที่เราสนใจ หรือของการทดลองแบบต่าง ๆ เช่น การทดลองโยนเหรียญ 1 เหรียญ 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้มีเพียง 2 กรณีเท่านั้น คือ การที่เหรียญหงายหัวหรือหงายก้อย การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่เป็นไปได้มีเพียง 6 กรณี คือ การที่ลูกเต๋าหงายแต้มใดแต้มหนึ่งระหว่าง 1 ถึง 6 แต่ถ้าการทดลองมีความซับซ้อนขึ้น เช่น โยนเหรียญห้าบาท 2 เหรียญ พร้อมกับลูกเต๋าสีเหลืองและสีแดง พร้อมกัน การที่จะนับผลลัพธ์ของการทดลองโดยตรงที่มีความยุ่งยาก ในกรณีนี้เราสามารถนำเทคนิคการนับแบบต่าง ๆ มาใช้หาจำนวนผลลัพธ์ของสิ่งที่เราสนใจนั้นได้ โดยอาศัยกฎเกณฑ์เบื้องต้น ซึ่งมีอยู่ 2 แบบ ดังนี้ คือ กฎการคูณ และกฎการบวก

1. กฎการคูณ ในการหาจำนวนผลลัพธ์ที่สนใจ โดยอาศัยกฎการคูณ ดังนี้

ทฤษฎีที่ 1.1 การทดลองหนึ่งประกอบด้วยการกระทำที่เป็นไปได้ n_1 วิธีที่ แตกต่างกัน การกระทำที่ 2 มีทางเป็นไปได้ n_2 วิธีที่แตกต่างกัน เรื่อยไปจนถึงการกระทำที่ k มีทางเป็นไปได้ n_k วิธี ที่แตกต่างกัน การกระทำต่อเนื่องจากการกระทำที่ 1 ไปการกระทำที่ 2 จนถึง การกระทำที่ k จะมีจำนวนวิธีหรือผลลัพธ์ที่เป็นไปได้เท่ากับ $n_1 \cdot n_2 \cdot \ldots \cdot n_k$ ที่แตกต่าง

ตัวอย่างที่ 1.5 โยนเหรียญ 1 เหรียญพร้อมกับทอดลูกเต๋า 1 ลูก จะมีผลลัพธ์เกิดขึ้นได้กี่วิธี

วิธีทำ โยนเหรียญ 1 เหรียญ อาจหงายหัวหรือก้อยจะเกิดกรณีต่าง ๆ ได้ 2 วิธี
ทอดลูกเต๋า 1 ลูก อาจหงายแต้มต่าง ๆ กัน ได้ 6 วิธี
ดังนั้น ผลลัพธ์ที่อาจจะเกิดขึ้นได้ทั้งหมด = $2 \times 6 = 12$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1.6 บริษัทจำหน่ายรถยนต์ตราหนึ่ง มีรถยนต์ให้เลือก 4 รุ่น รุ่นละ 5 สี และแต่ละรุ่น มีทั้งชนิดเกียร์ธรรมดาและเกียร์อัตโนมัติ จงคำนวณวิธีเลือกซื้อรถยนต์

วิธีทำ เลือกรุ่นรถยนต์ได้ 4 วิธี
ในแต่ละวิธีของรุ่นรถยนต์ที่เลือกได้ จะเลือกสีของรถยนต์ได้ 5 วิธี
และในแต่ละรุ่นและสีของรถยนต์ที่เลือกได้ จะเลือกชนิดของเกียร์รถยนต์ได้ 2 วิธี
คือเกียร์ธรรมดาและเกียร์อัตโนมัติ)
ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกซื้อรถยนต์ทั้งหมด = $4 \times 5 \times 2 = 40$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1.7 ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาจำนวนวิธีที่แต้มลูกเต๋าจะขึ้น

วิธีทำ การทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง เป็นการดำเนินการที่มี 2 ขั้นตอน
ในการทอดแต่ละครั้งได้แต้ม 1 หรือ 2 หรือ 3 หรือ 4 หรือ 5 หรือ 6
ดังนั้นแต่ละขั้นตอนทำได้ 6 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีที่แต้มลูกเต๋าจะขึ้น = $6 \times 6 = 36$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1.8 ในการโยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง จงหาจำนวนวิธีที่เหรียญจะขึ้น

วิธีทำ การโยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้งเป็นการดำเนินการที่มี 3 ขั้นตอน
แต่ละขั้นตอนอาจได้หัวหรือก้อย ซึ่งทำได้ 2 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีที่เหรียญจะขึ้น = $2 \times 2 \times 2 = 8$ วิธี

2. กฎการบวก ในการหาจำนวนผลลัพธ์ที่สนใจ บางการทดลองไม่สามารถใช้กฎการคูณได้ เราจำเป็นต้องใช้กฎการบวก ดังนี้

ทฤษฎีที่ 1.2 ถ้าการกระทำหนึ่งประกอบด้วยทางเลือกตั้งแต่ 2 ทางขึ้นไป และทางเลือกแต่ละทางนั้นจะเลือกทำพร้อมกันไม่ได้ จำนวนวิธีที่จะเลือกการกระทำทั้งหมดนี้ จะเท่ากับผลบวกของจำนวนวิธีของทางเลือกแต่ละทาง

ตัวอย่าง 1.9 หยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่ทั้งสำรับ จงหาจำนวนวิธีที่จะหยิบได้

1. ไพ่โพดำหรือโพแดง
2. ไพ่ 10 คิง ควีน หรือ เอ

วิธีทำ หยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่ทั้งสำรับ

1. ไพ่ 1 สำรับ มี 52 ใบ มีโพดำหรือแดงอย่างละ 13 ใบ ในการหยิบไพ่ 1 ใบ จาก 1 สำรับนั้น ไพ่หนึ่งจะเป็นทั้งโพดำและโพแดงทั้งสองอย่างในขณะเดียวกันไม่ได้ ไพ่ที่หยิบมานั้นจะต้องเป็นโพดำ หรือโพแดงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น
   ดังนั้น จำนวนวิธีจะหยิบได้ไพ่โพดำหรือโพแดง = 13 + 13 = 26 วิธี
2. ไพ่ 1 สำรับ มี 52 ใบ มีไพ่ 10 คิง ควีน หรือ เอ อย่างละ 4 ใบ ในทำนองเดียวกันกับข้อ 1
   ดังนั้น จำนวนวิธีจะหยิบได้ไพ่ 10 คิง ควีน หรือ เอ = 4 + 4 + 4 + 4 = 16 วิธี

1.7 การจัดลำดับ

การจัดลำดับ (Permutation) หรือวิธีเรียงสับเปลี่ยน เป็นวิธีการนำสิ่งของบางสิ่งหรือทุกสิ่งมาจัดเรียงกันโดยคำนึงถึงลำดับเป็นสำคัญ อาจจะเรียงลำดับคราวละทั้งหมดหรือคราวละบางส่วน

1. การจัดลำดับสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด วิธีการนี้เป็นการนำสิ่งของหลายสิ่งต่าง ๆ กันมาจัดเรียงคราวละทั้งหมดหรือเพียงบางส่วน

> **ทฤษฎีที่ 1.3** จัดลำดับของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันโดยจัดคราวละ n สิ่งได้
> $n(n-1)(n-2)\ldots(2)(1) = n!$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1.10 จงหาจำนวนวิธีจัดลำดับลูกบอล 4 ลูก ซึ่งมีสีแดง สีดำ สีขาว และสีเขียว อย่างละ 1 ลูกโดย

1. ไม่มีข้อแม้ใด ๆ
2. ถ้าให้ลูกบอลสีแดงและสีดำอยู่ชิดติดกัน

วิธีทำ

1. มีลูกบอลสีแดง 4 ลูก และจัดคราวละ 1 ลูก
   ดังนั้น จำนวนวิธีในการจัดลำดับทั้งหมด = 4 ! = 4 x 3 x 2 x 1 = 24 วิธี
2. ลูกบอลสีแดงและสีดำอยู่ชิดติดกันเสมอจึงถือว่าเป็น 1 ลูก
   ซึ่งเสมือนว่าจัดเรียงลูกบอล 3 ลูก จะได้เท่ากับ 3! = 3 x 2 x 1 = 6 วิธี
   แต่ลูกบอล 2 ลูก สามารถสลับที่กันได้ จะได้เท่ากับ 2! = 2 x 1 = 2 วิธี
   ดังนั้น จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมดในการจัดเรียง = 6 x 2 = 12 วิธี

ตัวอย่างที่ 1.11 มีคน 6 คน ยืนเรียงแถวให้ช่างภาพถ่ายรูป จะมีวิธียืนทั้งหมดกี่วิธี

วิธีทำ มีคน 6 คน ยืนเรียงแถวให้ช่างภาพถ่ายรูปจะมีวิธียืนทั้งหมด = 6 ! = 720 วิธี
ดังนั้น จำนวนวิธีในการยืนเรียงแถวทั้งหมด 720 วิธี

ทฤษฎีที่ 1.4 จำนวนวิธีจัดลำดับสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกันโดยจัดคราวละ r สิ่ง คือ ${}^{n}P_{r}$ วิธี

โดย $${}^{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

ตัวอย่างที่ 1.12 ในการประกวดภาพครั้งหนึ่ง มีภาพวาด 15 ภาพ เข้าประกวดเพื่อชิงรางวัลชนะเลิศ รองชนะเลิศอันดับที่ 1 และรองชนะเลิศอันดับที่ 2 จงหาจำนวนวิธีทั้งหมดของผลการประกวดที่เป็นไปได้

วิธีทำ จำนวนวิธีที่เป็นไปได้ทั้งหมด

$$\begin{aligned} {}^{15}P_{3} &= \frac{15!}{(15-3)!} \\ &= \frac{15!}{12!} \\ &= \frac{15\times14\times13\times12!}{12!} \\ &= 15\times14\times13 \\ &= 2,730 \end{aligned}$$

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดของผลการประกวดที่เป็นไปได้ เท่ากับ 2,730 วิธี

ตัวอย่างที่ 1.13 เจ้าของโรงงานแห่งหนึ่ง ต้องการตั้งรหัสตัวเลขสำหรับเปิดตู้นิรภัยของโรงงาน โดยกำหนดใช้ตัวเลขที่ไม่ซ้ำกัน 4 ตัว เขาจะมีวิธีตั้งรหัสได้กี่วิธี

วิธีทำ จำนวนรหัสตัวเลขที่เจ้าของโรงงานจะตั้งได้ คือ การนำตัวเลข 4 ตัว จากตัวเลข 0 - 9 รวม 10 ตัว มาจัดลำดับ

มีวิธีตั้งรหัสตัวเลขทั้งหมด

$$
\begin{aligned}
{}^{10}P_4 &= \frac{10!}{(10-4)!} \\
&= \frac{10!}{6!} \\
&= \frac{10\times9\times8\times7\times6!}{6!} \\
&= 10\times9\times8\times7 \\
&= 5{,}040
\end{aligned}
$$

ดังนั้น จำนวนรหัสตัวเลขสำหรับเปิดตู้นิรภัยของโรงงานทั้งหมด เท่ากับ 5,040 วิธี

ตัวอย่างที่ 1.14 ในการประชุมสมาชิกของสมาคมแห่งหนึ่ง เพื่อเลือกตั้งกรรมการตำแหน่ง นายกสมาคม และรองนายกสมาคม มีผู้เสนอชื่อสมาชิก 7 คน โดยครั้งแรกจะเลือกนายก และครั้งที่สองจะเลือกรองนายกสมาคม ถามว่าจะมีกรรมการต่าง ๆ กันได้กี่ชุด

วิธีทำ การเลือกตั้งกรรมการชุดนี้เป็นการจัดคน 2 คนจาก 7 คน โดยคนแรกให้เป็นนายกคนที่สองให้เป็นรองนายกสมาคม จะได้ว่า จำนวนกรรมการที่เป็นไปได้ทั้งหมด

$$
\begin{aligned}
{}^{7}P_2 &= \frac{7!}{(7-2)!} \\
&= \frac{7!}{5!} \\
&= \frac{7\times6\times5!}{5!} \\
&= 7\times6 \quad = \quad 42
\end{aligned}
$$

ดังนั้น จำนวนกรรมการที่เป็นไปได้ทั้งหมด เท่ากับ 42 ชุด

2. การจัดเรียงสิ่งของที่ไม่แตกต่างกันทั้งหมด

วิธีการนี้เป็นการนำสิ่งของมาจัดเรียงโดยไม่แตกต่างกันโดยสิ้นเชิง จะมีสิ่งของบางสิ่งที่เหมือนกันเป็นกลุ่ม ๆ จึงแตกต่างจากวิธีเรียงสับเปลี่ยนสิ่งของที่แตกต่างกันทั้งหมด

ทฤษฎีที่ 1.5 จัดลำดับสิ่งของ n สิ่ง ซึ่งมี $n_1, n_2, \ldots, n_k$ สิ่งเหมือนกันได้ คือ ${}^{n}P_{n_1, n_2, \ldots, n_k}$ วิธี

โดย $${}^{n}P_{n_1, n_2, \ldots, n_k} = \frac{n!}{n_1!\,n_2!\ldots,n_k!}$$

ตัวอย่างที่ 1.15 จากคำว่า "STATISTICS" จงหาจำนวนคำที่เป็นไปได้ทั้งหมดที่เกิดจากการผสมของตัวอักษรของคำดังกล่าว เมื่อถือว่าคำที่ผสมได้ไม่มีความหมายโดยไม่มีข้อแม้ใด ๆ

วิธีทำ คำว่า "STATISTICS" ประกอบด้วยอักษร 10 ตัว คือ

S = 3 ตัว A = 1 ตัว C = 1 ตัว T = 3 ตัว I = 2 ตัว

จำนวนคำที่เป็นไปได้

$$
\begin{aligned}
{}^{10}P_{3,3,1,2,1} &= \frac{10!}{3!3!1!2!1!} \\
&= \frac{10!}{3!3!2!} \\
&= \frac{10\times9\times8\times7\times6\times5\times4\times3!}{3!3!2!} \\
&= 10\times9\times8\times7\times5\times2 \\
&= 50,400
\end{aligned}
$$

ดังนั้น จำนวนคำที่เป็นไปได้ทั้งหมด เท่ากับ 50,400 คำ

ตัวอย่างที่ 1.16 มีธงสีแดง 3 ผืน ธงสีเขียว 4 ผืน และธงสีขาว 2 ผืน ต้องการนำมาเรียงในแนวดิ่งบนเสาธง เพื่อเป็นสัญญาณต่าง ๆ ได้กี่วิธี

วิธีทำ $n = 9$ n_1 (ธงสีแดง) = 3 n_2 (ธงสีเขียว) = 4 n_3 (ธงสีขาว) = 2

จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นสัญญาณต่าง ๆ ได้

$$
\begin{aligned}
{}^{9}P_{3,4,2} &= \frac{9!}{3!4!2!} \\
&= \frac{9\times8\times7\times6\times5\times4!}{3!4!2!} \\
&= 9\times4\times7\times5 \\
&= 1,260
\end{aligned}
$$

ดังนั้น จำนวนวิธีเรียงสับเปลี่ยนเป็นสัญญาณต่าง ๆ ได้ทั้งหมด เท่ากับ 1,260 วิธี

3. วิธีจัดลำดับเป็นวงกลม

เป็นวิธีการนำสิ่งของมาเรียงสับเปลี่ยนกันเป็นวงกลม นั่นคือ การเรียงสับเปลี่ยนเป็นวงกลมจึงไม่มีตำแหน่งหัวแถว และตำแหน่งท้ายแถว เช่น

จัดคน 3 คน คือ a, b และ c ให้ยืนเรียงเป็นแนวตรง จะจัดได้ $3! = 3\times2\times1 = 6$ วิธี คือ $abc, acb, bac, bca, cab, cba$ แต่ถ้าจัดคน 3 คน ยืนเรียงกันเป็นวงกลม จะจัดได้เพียง 2 วิธีเท่านั้น คือ abc, acb

จากที่กล่าวมาแล้ว การหาจำนวนที่เป็นไปได้ ให้ยึด a เป็นหลัก และให้ตำแหน่งที่เหลืออีก 2 ตัว คือ b และ c ที่ต้องเรียงสับเปลี่ยนกันเป็น $2!$ หรือ $(3-1)!$ ก็คือ 2 วิธี เท่านั้น นั่นคือ bc หรือ cb

สรุปวิธีการหาจำนวนวิธีของวิธีจัดลำดับแบบวงกลม ได้ดังทฤษฎีต่อไปนี้

> **ทฤษฎีที่ 1.6** การเรียงลำดับสิ่งของ n สิ่ง ที่แตกต่างกันทั้งหมด นำมาจัดเรียงเป็นวงกลม จะจัดได้จำนวนวิธีที่แตกต่างกันเท่ากับ $(n-1)!$ วิธี

ตัวอย่างที่ 1.17 เด็ก 6 คน นั่งล้อมวงเล่นหมากเก็บได้กี่วิธี

วิธีทำ ให้เด็กคนใดคนหนึ่งเป็นหลัก
และให้เด็กที่เหลือ $6-1 = 5$ คน สลับที่นั่งกัน
ดังนั้น จำนวนวิธีเท่ากับ $5! = 5\times4\times3\times2\times1 = 120$ วิธี

1.8 การจัดหมู่ (Combination)

วิธีการจัดหมู่หรือการเลือก (Combination) เป็นการจัดเลือกสิ่งของทั้งหมดหรือบางสิ่งที่กำหนดให้ โดยไม่คำนึงถึงลำดับหรือลำดับไม่มีความสำคัญ

> **ทฤษฎีที่ 1.7** จำนวนวิธีเลือกของ r สิ่งจากของ n สิ่ง ซึ่งแตกต่างกัน โดยไม่คำนึงถึงลำดับ คือ ${}^{n}C_{r}$ วิธี โดย ${}^{n}C_{r} = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ เมื่อ $r \le n$

ตัวอย่างที่ 1.18 ในการแข่งขันฟุตบอลครั้งหนึ่ง มีทีมฟุตบอล 10 ทีม เข้าแข่งขันแบบพบกันหมด จงหาว่าผู้จัดการแข่งขันจะต้องจัดการแข่งขันทั้งหมดกี่ครั้ง

วิธีทำ เนื่องจากมีทีมฟุตบอล 10 ทีม เข้าแข่งขันแบบพบกันหมดและแข่งขันคราวละ 2 ทีม นั่นคือ จำนวนการแข่งขันทั้งหมดที่ต้องจัด

$$
\begin{aligned}
{}^{10}C_2 &= \frac{10!}{2!(10-2)!} \\
&= \frac{10!}{2!8!} \\
&= \frac{10\times 9\times 8!}{2!8!} \\
&= 5\times 9 \\
&= 45
\end{aligned}
$$

ดังนั้น จำนวนการแข่งขันทั้งหมดที่ต้องจัด เท่ากับ 45 ครั้ง

ตัวอย่างที่ 1.19 ในการประชุมวิชาการครั้งหนึ่ง มีผู้เข้าประชุม 15 คน ถ้าจะเลือก 3 คนมาเป็นตัวแทนจะทำได้กี่วิธี

วิธีทำ เลือก 3 คนมาเป็นตัวแทนจากผู้เข้าประชุมทั้งหมด 15 คน จะได้ว่า

$$
\begin{aligned}
{}^{15}C_3 &= \frac{15!}{3!(15-3)!} \\
&= \frac{15!}{3!12!} \\
&= \frac{15\times 14\times 13\times 12!}{3!12!} \\
&= 5\times 7\times 13 \\
&= 455
\end{aligned}
$$

ดังนั้น จำนวนวิธีในการเลือกคนมาเป็นตัวแทนได้ทั้งหมด 455 วิธี

1.9 การคำนวณค่าความน่าจะเป็น

ในการคำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์มีวิธีในการคำนวณ 3 วิธี ดังนี้

1. วิธีคลาสสิค (Classical Approach)

ถ้าการทดลองเชิงสุ่มมีผลการทดลองต่าง ๆ กัน N อย่าง ผลการทดลองแต่ละอย่างมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน ถ้าผลการทดลอง n อย่าง แสดงถึงการเกิดเหตุการณ์ E ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$ และ

$$P(E) = \frac{n}{N} \quad \text{หรือ} \quad P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

ตัวอย่างที่ 1.20 จากตัวอย่างที่ 1.2 ในการสอบถามครอบครัวหนึ่งซึ่งมีบุตร 3 คน คือ คนโต คนกลาง และคนเล็ก จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่อไปนี้

1. เหตุการณ์ที่ได้บุตรอย่างน้อย 2 คนเป็นชาย
2. เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนโตเป็นผู้หญิง
3. เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนกลางเป็นผู้ชาย
4. เหตุการณ์ที่ได้บุตรเป็นหญิง 2 คน

วิธีทำ จากการสอบถามเกี่ยวกับเพศของบุตรของครอบครัวหนึ่งซึ่งมีบุตร 3 คน คือ คนโต คนกลาง และคนเล็ก

ให้ “ช” แทน เพศชาย และ “ญ” แทน เพศหญิง

ดังนั้น แซมเปิลสเปซเพศของบุตรของครอบครัวนี้ คือ

$$S = \left\{ \begin{matrix} (ช,ช,ช),(ช,ช,ญ),(ช,ญ,ช),(ช,ญ,ญ), \\ (ญ,ช,ช),(ญ,ช,ญ),(ญ,ญ,ช),(ญ,ญ,ญ) \end{matrix} \right\}$$

$$n(S) = 8$$

1. คำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้บุตรอย่างน้อย 2 คนเป็นชาย

ให้ E_2 แทน เหตุการณ์ที่ได้บุตรอย่างน้อย 2 คนเป็นชาย

$$E_2 = \{(ช,ช,ช),(ช,ช,ญ),(ช,ญ,ช),(ญ,ช,ช)\}$$

$$n(E_2) = 4$$

จะได้ $P(E_2) = \dfrac{n(E_2)}{n(S)}$

$$P(E_2) = \frac{4}{8} = 0.5$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะได้บุตรอย่างน้อย 2 คนเป็นชาย เท่ากับ 0.5

2. คำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้บุตรคนโตเป็นผู้หญิง

ให้ E_3 แทน เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนโตเป็นผู้หญิง

$$E_3 = \{(ญ,ช,ช),(ญ,ช,ญ),(ญ,ญ,ช),(ญ,ญ,ญ)\}$$

$$n(E_3) = 4$$

จะได้ $P(E_3) = \dfrac{n(E_3)}{n(S)}$

$$P(E_3) = \frac{4}{8} = 0.5$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะได้บุตรคนโตเป็นผู้หญิง เท่ากับ 0.5

3. คำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้บุตรคนกลางเป็นผู้ชาย

ให้ E_4 แทน เหตุการณ์ที่ได้บุตรคนกลางเป็นผู้ชาย

$$E_4 = \{(ช,ช,ช),(ช,ช,ญ),(ญ,ช,ช),(ญ,ช,ญ)\}$$

$$n(E_4) = 4$$

จะได้ $P(E_4) = \dfrac{n(E_4)}{n(S)}$

$$P(E_4) = \frac{4}{8} = 0.5$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะได้บุตรคนกลางเป็นผู้ชายเท่ากับ 0.5

4. คำนวณความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ได้บุตรเป็นหญิง 2 คน

ให้ E_5 แทน เหตุการณ์ที่ได้บุตรเป็นหญิง 2 คน

$$E_5 = \{(ช,ญ,ญ),(ญ,ช,ญ),(ญ,ญ,ช)\}$$

$$n(E_5) = 3$$

จะได้ $P(E_5) = \dfrac{n(E_5)}{n(S)}$

$$P(E_5) = \frac{3}{8} = 0.375$$

ดังนั้น ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะได้บุตรเป็นหญิง 2 คน เท่ากับ 0.375

2. วิธีใช้ความถี่สัมพัทธ์ (Relative Frequency approach)

ถ้าทำการทดลองซ้ำกัน N ครั้ง และสังเกตได้ว่าเหตุการณ์ E เกิดขึ้น n ครั้ง ความถี่สัมพัทธ์ของเหตุการณ์ E คือ $\frac{n}{N}$ จะมีค่าเข้าใกล้ความน่าจะเป็นของ E เมื่อ N มีค่าเพิ่มขึ้น นั่นคือ $P(E) = \lim_{N\to\infty}\frac{n}{N}$ และเราจะใช้ $P(E) = \frac{n}{N}$ โดยประมาณเมื่อ N มีค่ามาก ๆ

ตัวอย่างที่ 1.21 ถ้าโยนเหรียญ 1 อัน 1,000 ครั้ง ปรากฏว่าได้หัว 498 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นของการได้หัวจากการโยนเหรียญอันนี้

วิธีทำ $P(E) = \frac{498}{1000} = 0.498$ โดยประมาณ

ตัวอย่างที่ 1.22 ในบรรดาลูกค้า 100 คนที่เข้าร้านสรรพสินค้าแห่งหนึ่งในช่วงเวลา 17.00-18.00 น. มีลูกค้าที่ซื้อสินค้าตั้งแต่ 1,000 บาทขึ้นไป อยู่ 55 คน ถ้าสุ่มเลือกลูกค้ามา 1 คนจากผู้ที่อยู่ในร้านในช่วงเวลาดังกล่าว จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้นั้นจะซื้อสินค้าไม่ถึง 1,000 บาท

วิธีทำ จากโจทย์ลูกค้าที่ซื้อสินค้าตั้งแต่ 1,000 บาทขึ้นไป อยู่ 55 คน ดังนั้น จะมีลูกค้าที่ซื้อสินค้าไม่ถึง 1,000 บาท อยู่ 45 คน

$$P(E) = \frac{45}{100} = 0.45 \quad \text{โดยประมาณ}$$

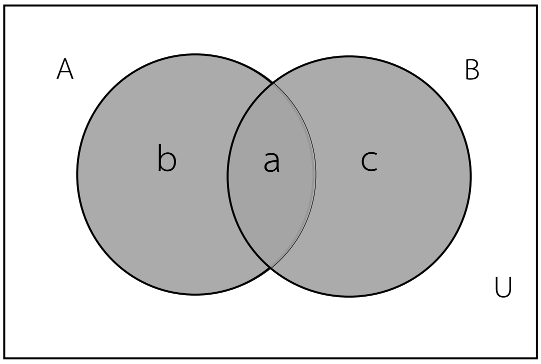
3. วิธีจิตวิสัย (Subjective approach)

การหาความน่าจะเป็นวิธีนี้ผู้กระทำการตัดสินใจ จะเป็นผู้กำหนดขึ้นเอง โดยอาศัยประสบการณ์ ความรู้ หรือสารสนเทศต่าง ๆ ซึ่งความน่าจะเป็นที่ได้อาจจะแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับความรู้ที่แต่ละคนมีอยู่ไม่เหมือนกับ 2 แบบแรก ตัวอย่างความน่าจะเป็นแบบนี้ ได้แก่ นักเศรษฐศาสตร์คนหนึ่ง ถามความเห็นเกี่ยวกับภาวะทางเศรษฐกิจกับเพื่อนร่วมงานของเขา เพื่อนของเขาตอบว่า มีโอกาส 70% ที่เศรษฐกิจจะดีขึ้นในปีหน้า และมีโอกาส 30% ที่เศรษฐกิจจะซบเซาในระยะเวลาเดียวกัน ความน่าจะเป็นมีค่าเท่ากับ 0.70 และ 0.30 เป็นความน่าจะเป็นที่กำหนดขึ้นเอง นักเศรษฐศาสตร์ประมาณความน่าจะเป็นโดยอาศัยประสบการณ์ ความรู้ หรือสารสนเทศต่าง ๆ ที่อยู่รอบตัวเขา

1.10 กฎของความน่าจะเป็น

กฎที่ 1 ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ความน่าจะเป็นที่อย่างน้อย 1 เหตุการณ์ใน 2 เหตุการณ์นี้จะเกิดขึ้นคือ $P(A\cup B) = P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

แผนภาพเวนน์ออยเลอร์ (Venn-Euler's diagram) ให้ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $A\cap B$, $A\cap B'$ และ $A'\cap B$ เท่ากับ a, b และ c ตามลำดับจะได้



$$
\begin{aligned}
P(A\cup B) &= a+b+c \\
&= (b+a)+(a+c)-a \\
&= P(A)+P(B)-P(A\cap B)
\end{aligned}
$$

<u>ข้อสังเกต</u> ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน $P(A\cup B) = P(A)+P(B)$
เนื่องจาก A และ B ไม่เกิดร่วมกัน ฉะนั้น $A\cap B = \varnothing$ และ $P(A\cap B)=0$

กฎที่ 2 ถ้า A' เป็นคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ A แล้ว

$$P(A') = 1-P(A)$$

เนื่องจาก $A\cup A' = S$ และ $A\cap A' = \varnothing$

$$P(A\cup A') = P(S)$$

$$P(A)+P(A') = 1$$

ดังนั้น $P(A) = 1-P(A')$

ตัวอย่างที่ 1.23 ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสอบคณิตศาสตร์ผ่านเท่ากับ $\frac{2}{3}$ และความน่าจะเป็นที่เขาสอบภาษาอังกฤษผ่านเท่ากับ $\frac{4}{9}$ ถ้าความน่าจะเป็นที่เขาสอบผ่านทั้ง 2 วิชาเท่ากับ $\frac{1}{5}$ จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะ

1. สอบผ่านอย่างน้อย 1 วิชา
2. สอบไม่ผ่านทั้ง 2 วิชา

วิธีทำ ให้ M แทน เหตุการณ์ที่นักเรียนสอบคณิตศาสตร์ผ่าน

E แทน เหตุการณ์ที่นักเรียนสอบภาษาอังกฤษผ่าน

ดังนั้น $P(M) = \frac{2}{3},\ P(E) = \frac{4}{9},\ P(M \cap E) = \frac{1}{5}$

1. ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสอบผ่านอย่างน้อย 1 วิชา

$$
\begin{aligned}
P(M \cup E) &= P(M)+P(E)-P(M \cap E) \\
&= \frac{2}{3}+\frac{4}{9}-\frac{1}{5} \\
&= \left(\frac{2}{3}\times\frac{15}{15}\right)+\left(\frac{4}{9}\times\frac{5}{5}\right)-\left(\frac{1}{5}\times\frac{9}{9}\right) \\
&= \frac{30+20-9}{45} \\
&= \frac{41}{45} \\
&= 0.911
\end{aligned}
$$

2. ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งจะสอบไม่ผ่านทั้ง 2 วิชา

$$
\begin{aligned}
P(M' \cap E') &= P(M \cup E)' \\
&= 1-P(M \cup E) \\
&= 1-\frac{41}{45} \\
&= \frac{45-41}{45} \\
&= \frac{4}{45} \\
&= 0.089
\end{aligned}
$$

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 1

1. จงเขียนจำนวนสมาชิก Sample space ของการทดลองดังต่อไปนี้
   1.1 หยิบไพ่ 2 ใบจากไพ่สำรับหนึ่งซึ่งมี 52 ใบ
   1.2 โยนเหรียญ 1 เหรียญ 10 ครั้ง
   1.3 โยนลูกเต๋า 1 ลูก 5 ครั้ง
   1.4 โยนเหรียญ 1 เหรียญ k ครั้ง
   1.5 เลือกคณะกรรมการ 3 นาย จากคนทั้งหมด 5 คน
   1.6 มีลูกบอลอยู่ 10 ลูก สีต่าง ๆ กันหยิบลูกบอลมา 5 ลูก

2. จงเขียนแซมเปิลสเปซในการทอดลูกเต๋า 1 ลูกพร้อมกับเหรียญบาท 1 เหรียญ

3. ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ จงเขียนแผนภาพเวนน์ออยเลอร์ (Ven Diagram) เพื่ออธิบายเหตุการณ์ ต่าง ๆ เหล่านี้
   3.1 A เกิด แต่ B ไม่เกิด
   3.2 A หรือ B เกิด แต่ A และ B ไม่เกิด

4. สมมุติว่า A และ B เป็นเหตุการณ์ไม่เกิดร่วมกันโดยที่ $P(A) = 0.3$ และ $P(B) = 0.6$ แล้วจงหาความน่าจะเป็นของ A หรือ B

5. ในห้องเรียนหนึ่ง มีนักเรียนชาย 3 คน และนักเรียนหญิง 7 คน เลือกนักเรียนมา 2 คนจากห้องนี้โดยสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้หญิงทั้งสองคน

6. ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ซึ่ง $P(A) = \frac{3}{8},\ P(B) = \frac{1}{2},\ P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ แล้ว จงหา
   6.1 $P(A \cup B)$
   6.2 $P(A')$
   6.3 $P(A' \cap B')$
   6.4 $P(A \cap B')$

7. ในการทำข้อสอบแบบกาเครื่องหมายถูกหรือผิด จำนวน 3 ข้อ จงหา

7.1 แซมเปิลสเปซ

7.2 เหตุการณ์ที่เลือกกาเครื่องหมายถูก 1 ข้อ

7.3 เหตุการณ์ที่เลือกกาเครื่องหมายผิดอย่างน้อย 2 ข้อ

7.4 จงหาความน่าจะเป็นที่ของข้อ 7.2

7.5 จงหาความน่าจะเป็นที่ของข้อ 7.3

7.6 จงหาความน่าจะเป็นที่จะทำข้อสอบดังกล่าวถูกทั้ง 3 ข้อ โดยการเดา

8. หยิบเครื่องโทรทัศน์ 3 เครื่อง อย่างสุ่มจากเครื่องโทรทัศน์ 15 เครื่อง ซึ่งเป็นเครื่องชำรุด 5 เครื่อง จงหาความน่าจะเป็นเมื่อ

8.1 เป็นเครื่องดีทั้งหมด

8.2 เป็นเครื่องชำรุด 1 เครื่อง

8.3 ได้เครื่องชำรุดอย่างน้อยที่สุด 1 เครื่อง