1. การแจกแจงเอกรูปวิยุต

การทดลองที่ทุกค่าตัวแปรสุ่มวิยุต มีความน่าจะเป็นที่จะเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน เราเรียกตัวแปรสุ่มชนิดนี้ว่า ตัวแปรสุ่มเอกรูปวิยุต ซึ่งจะมีการแจกแจงแบบเอกรูปวิยุต

บทนิยาม 1 X เป็นตัวแปรสุ่มเอกรูปวิยุต และมีฟังก์ชันการแจกแจงเอกรูปวิยุตก็ต่อเมื่อ X มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น $p\left(x;k\right)=\begin{cases}\dfrac{1}{k} & ,x=x_1,x_2,\ldots,x_n\\ 0 & ,else\end{cases}$

ในที่นี้ $x_i \neq x_j$ ทุก $i \neq j$ เมื่อ k เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $1 \leq k < \infty$

ตัวอย่าง 1 โยนลูกเต๋าหนึ่งลูก 1 ครั้ง ให้ X คือจำนวนจุดบนหน้าลูกเต๋าที่หงายขึ้นจงหาฟังก์ชันความน่าจะเป็นของ X

....

....

....

....

....

2. การแจกแจงแบร์นูลลี

ถ้าการทดลองใด ๆ มีผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้ 2 แบบ คือ ประสบความสำเร็จ (Success) และประสบความล้มเหลว (Failure) ด้วยความน่าจะเป็น p และ $1-p$ ตามลำดับแล้ว จำนวนความสำเร็จ 0 หรือ 1 ครั้ง จะมีการแจกแจงแบร์นูลลี

บทนิยาม 2 X เป็นตัวแปรสุ่มแบร์นูลลี และมีการแจกแจงแบร์นูลลี ก็ต่อเมื่อ X มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น คือ

$p\left(x\right)=ber\left(x;p\right)=p^x\left(1-p\right)^{1-x}$ ทุก $x=0,1$

เมื่อ p คือ ความน่าจะเป็นที่ประสบผลสำเร็จในการทดลองแต่ละครั้ง

ตัวอย่าง 2 ตัวแปรสุ่ม X ที่มีการแจกแจงแบร์นูลลี เช่น

1 การโยนเหรียญเที่ยงตรง 1 อัน ให้ X คือจำนวนหัวที่เกิดขึ้น

....

....

....

....

3. การแจกแจงทวินาม

การกระทำอะไรอย่างหนึ่งซ้ำ ๆ กัน จะมีบทบาทสำคัญมากในวิชาความน่าจะเป็นและสถิติ โดยเฉพาะอย่างยิ่งจำนวนครั้งของการกระทำที่คงที่แน่นอน

ให้พารามิเตอร์ p คือ ความน่าจะเป็นที่จะประสบผลสำเร็จในการกระทำแต่ละครั้ง ซึ่งจะมีค่าเท่ากันทุกการกระทำและการกระทำในแต่ละครั้งต้องเป็นอิสระต่อกัน

ความน่าจะเป็นของความสำเร็จ x ครั้ง จากการกระทำซ้ำ ๆ กัน n ครั้ง จะมีค่าเท่ากับ $\binom{n}{x} \cdot p^x \cdot \left(1-p\right)^{n-x}$ เมื่อ $x = 0,1,2,\ldots,n$ เช่น การทดลองหนึ่งมีการกระทำทั้งหมด n ครั้ง แต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน

บทนิยาม 3 X เป็นตัวแปรสุ่มทวินาม และมีการแจกแจงทวินาม ก็ต่อเมื่อ X มีฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็น

$$
\begin{aligned}
p\left(x\right) &= b\left(x;n,p\right) \\
&= \binom{n}{x} p^x \left(1-p\right)^{n-x}
\end{aligned}
$$

เมื่อ $x = 1,2,\ldots,n$

ตัวอย่าง 3 โยนเหรียญเที่ยงตรง 1 อัน 12 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหัว 5 ครั้ง

ตัวอย่าง 4 จากผู้ป่วยโรคเขตร้อน 10 คน จงหาความน่าจะเป็นที่มี 7 คนหายป่วย ถ้าสมมติว่าการหายป่วยของแต่ละคนเป็นอิสระต่อกัน และความน่าจะเป็นที่แต่ละคนจะหายป่วยมีเท่า ๆ กัน คือ 0.8

ตัวอย่าง 5 กำหนดให้ $X \sim ber\left(10, \frac{1}{2}\right)$ จงหา $P(X \geq 8)$

4. การแจกแจงทวินามลบและการแจกแจงเรขาคณิต

ในการทดลองของแบร์นูลลี n ครั้ง ซึ่งแต่ละครั้งเป็นอิสระต่อกัน เราสนใจจำนวนครั้งของการกระทำที่จะประสบผลสำเร็จเป็นครั้งที่ k เช่น ขโมยคนหนึ่งขโมยของเป็นครั้งที่ 8 ต้องการหาความน่าจะเป็นที่ในการขโมยครั้งนี้เข้าจะถูกจับเป็นครั้งที่ 2 ถ้าความสำเร็จครั้งที่ k เกิดขึ้นในการกระทำครั้งที่ x ก็จะมีความสำเร็จ $k-1$ ครั้ง ในการกระทำ $x-1$

บทนิยาม 4 X เป็นตัวแปรสุ่มทวินามลบ และมีการแจกแจงทวินามลบ ก็ต่อเมื่อ X มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น

$$\begin{aligned} p\left(x\right) &= b^{*}\left(x;k,p\right) \\ &= \binom{x-1}{k-1} p^{k} \cdot \left(1-p\right)^{x-k} \end{aligned}$$

สำหรับ $x = k, k+1, k+2, \ldots$

ตัวอย่าง 6 ในสถานเลี้ยงเด็กแห่งหนึ่งโรคปากเปื่อยกำลังระบาด โอกาสที่เด็กทุกคนจะติดเชื้อโรคมีเท่า ๆ กัน คือ 0.4 จงหาความน่าจะเป็นที่แพทย์ตรวจเด็กคนที่ 10 แล้วพบว่าเด็กติดเชื้อเป็นคนที่ 3

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 7 ในการโยนลูกเต๋าต่างกัน 2 ลูก ไปเรื่อย ๆ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้มคู่ทั้ง 2 ลูก เป็นครั้งที่ 3 ในการโยนครั้งที่ 4

....

....

....

....

....

....

จากการแจกแจงทวินามลบ ถ้าให้ $k = 1$ จะมีชื่อเรียกเฉพาะว่า การแจกแจงเรขาคณิต

บทนิยาม 5 X เป็นตัวแปรสุ่มเรขาคณิต และมีการแจกแจงเรขาคณิต ก็ต่อเมื่อ X มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น

$$p\left(x\right) = g\left(x;p\right) = p\left(1-p\right)^{x-1} \quad ;1,2,\ldots$$

หรือถ้าให้ $1-p=q$ จะได้

$$p\left(x\right) = g\left(x;p\right) = p \cdot q^{x-1} \quad ;x = 1,2,\ldots$$

ตัวอย่าง 8 ในการสอบขอมีใบอนุญาตขับขี่รถยนต์ โดยการทำการสอบแบบขับรถยนต์บนถนนจริง ความน่าจะเป็นที่ผู้สอบจะสอบผ่านเท่ากับ 0.75 จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้สอบคนที่ 4 จะสอบผ่านเป็นคนแรก

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่าง 9 ในการถามคำถามนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ครูจะถามคำถามนักเรียนที่ละคนจนกว่าจะมีนักเรียนตอบคำถามเดียวกันนั้นถูกต้อง ถ้าความน่าจะเป็นที่นักเรียนแต่ละคนจะตอบคำถามถูกต้องมีค่าเท่ากับ $\frac{1}{3}$ จงหาความน่าจะเป็นที่ครูจะถามนักเรียน 5 คนเท่านั้น

....

....

....

....

....

....

....

5. การแจกแจงไฮเพอร์จีออเมตริก

ลักษณะการทดลอง คล้ายการแจกแจงทวินาม แต่เป็นการกระทำซ้ำ ๆ กัน ในลักษณะที่สุ่มหยิบแล้วไม่ได้คืนที่ ฉะนั้นการกระทำในแต่ละครั้งจึงไม่เป็นอิสระต่อกันด้วย ถ้ามีของอยู่ N สิ่ง สุ่มหยิบมา n สิ่ง จะได้ว่าจำนวนวิธีหยิบทั้งหมดเท่ากับ $\binom{N}{n}$ วิธี จากของทั้งหมด N สิ่ง มีจำนวนที่เราสนใจอยู่ k สิ่ง จะมีจำนวนที่เราไม่สนใจเท่ากับ $N-k$ สิ่ง และจำนวนวิธีที่จะได้รับผลสำเร็จ x ครั้ง จากการกระทำ n ครั้ง คือ $\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}$ วิธี ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้ผลสำเร็จ x ครั้ง จากการกระทำ n ครั้ง คือ

$$\begin{aligned} p(x) &= h(x;\mathrm{n},\mathrm{N},\mathrm{k}) \\ &= \frac{\binom{k}{x}\cdot\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} \end{aligned}$$

เมื่อ $x = 0,1,\ldots,n,\ x \le k, n-x \le N-k$

บทนิยาม 6 X เป็นตัวแปรสุ่มไฮเพอร์จีออเมตริก และมีการแจกแจงไฮเพอร์จีออเมตริก X มีฟังก์ชันความน่าจะเป็น

$$p(x) = h(x;n,N,k) = \frac{\binom{k}{x}\binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}} \quad \text{สำหรับ } x = 0,1,...,n$$

เมื่อ $x \le k$ และ $n - x \le N - k$

ตัวอย่าง 10 บริษัทแห่งหนึ่งมีรถบรรทุกของอยู่ 24 คัน สุ่มไปตรวจจับควันดำ 6 คัน ถ้าใน 24 คัน มี 4 คัน ที่มีควันดำเกินมาตรฐาน ซึ่งทำให้เกิดมลภาวะได้ จงหาความน่าจะเป็นที่ใน 6 คัน ที่ถูกสุ่มไปตรวจนั้นไม่มีควันดำเกินมาตรฐานอยู่เลย

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

ตัวอย่าง 11 ในการเลือกตัวแทนนักเรียน 3 คน จากนักเรียนทั้งหมด 5 คน ซึ่งประกอบด้วยนักเรียนหญิง 2 คน และนักเรียนชาย 3 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ตัวแทนที่เลือกได้เป็นนักเรียนหญิงอย่างน้อยหนึ่งคน

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....