ประชากรและตัวอย่าง

นิยาม 1 ประชากร คือ เซตของหน่วยตัวอย่างทั้งหมด ซึ่งเป็นแหล่งของข้อมูลต่าง ๆ ภายในขอบข่ายที่สนใจ

หน่วยตัวอย่างของประชากรอาจเป็นคน สัตว์ พืชหรือสิ่งของก็ได้ เช่น ในการศึกษาน้ำหนักแรกเกิดของทารกไทยในปี พ.ศ. 2562 หน่วยตัวอย่างก็คือ ทารกแต่ละคนที่คลอดในปีดังกล่าว ในการศึกษาปริมาณการให้นมของโคนมที่เลี้ยงด้วยอาหารชนิดหนึ่ง หน่วยตัวอย่างก็คือ โคนมแต่ละตัวที่เลี้ยงด้วยอาหารชนิดนั้น ในการศึกษาอายุการใช้งานของหลอดไฟตราหนึ่ง หน่วยตัวอย่างก็คือ หลอดไฟตราดังกล่าว

นิยาม 2 พารามิเตอร์ คือ ค่าคงที่ที่แสดงลักษณะบางประการของประชากร โดยทั่วไปจะใช้สัญลักษณ์

ค่าเฉลี่ยคือ μ , ความแปรปรวนคือ σ^2 , ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานคือ σ

โดยทั่วไป การเก็บรวบรวมข้อมูลจากทุกหน่วยตัวอย่างของประชากรเพื่อหาข้อเท็จจริงของประชากรนั้น เป็นสิ่งที่กระทำได้ยาก เพราะจะต้องเสียค่าใช้จ่ายและใช้เวลาตลอดจนกำลังคนเป็นอันมาก ด้วยเหตุนี้จึงไม่สามารถใช้วิธีสำมะโนได้ แต่โดยอาศัยวิธีการทางสถิติด้วยการเลือกประชากรมาเพียงบางส่วน ส่วนของประชากรที่เลือกมานี้เรียกว่า ตัวอย่าง และเพื่อให้ตัวอย่างเป็นตัวแทนของประชากรอย่างแท้จริง ตัวอย่างก็ต้องได้มาด้วยการสุ่มและจากตัวอย่างที่สุ่มได้จะทราบถึงลักษณะที่สำคัญต่าง ๆ ของตัวอย่างซึ่งเรียกว่า สถิติ หรือ ตัวสถิติ

นิยาม 3 ตัวสถิติ คือ ฟังก์ชันของตัวแปรสุ่ม ซึ่งมีค่าขึ้นอยู่กับตัวอย่างที่สุ่มมาได้ โดยใช้สัญลักษณ์แทนตัวสถิติ ดังนี้ ค่าเฉลี่ยคือ $\bar{X}$ ความแปรปรวนคือ S^2 , ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานคือ S

ทฤษฎีบท 1 ถ้า $\overline{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยของตัวอย่างขนาด n ที่ถูกสุ่มจากประชากรขนาด N ที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 แล้วค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนของ $\overline{X}$ ซึ่งเขียนแทนด้วย $\mu_{\overline{X}}$ และ $\sigma^2_{\overline{X}}$

1) เมื่อสุ่มตัวอย่างชนิดใส่กลับคืน

$$\mu_{\overline{X}} = \mu$$

$$\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{\sigma^2}{n}$$

2) เมื่อสุ่มกลุ่มตัวอย่างชนิดไม่ใส่กลับคืน

$$\mu_{\overline{X}} = \mu$$

$$\sigma^2_{\overline{X}} = \frac{N-n}{N-1}\frac{\sigma^2}{n}$$

ตัวอย่างที่ 1 จากประชากรที่มีการแจกแจงแบบเอกรูปชนิดไม่ต่อเนื่อง ซึ่งประกอบด้วย 3, 5, 7, 9 และ 11

ทฤษฎีบท 2 ถ้า $\overline{X}$ เป็นค่าเฉลี่ยของตัวอย่างขนาด n ที่สุ่มจากประชากรที่มีการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน σ^2 แล้ว $\overline{X}$ จะมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย μ และความแปรปรวน $\frac{\sigma^2}{n}$ หรือ $\overline{X} \quad N\left(\mu,\frac{\sigma^2}{n}\right)$ และได้ว่า

$$Z=\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \qquad ,-\infty<z<\infty$$

ตัวอย่างที่ 2 น้ำหนักของฝักถั่วลิสงพันธุ์หนึ่ง มีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ย 1 ออนซ์ และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 0.05 ออนซ์ ถ้าสุ่มเก็บถั่วลิสงพันธุ์ดังกล่าวมา 24 ฝัก จงหาความน่าจะเป็นที่

ก) ฝักถั่วลิสงจะมีน้ำหนักเฉลี่ยอย่างมาก 1.02 ออนซ์

ข) ถั่วลิสงทั้ง 24 ฝัก จะมีน้ำหนักระหว่าง 24.5 กับ 25.5 ออนซ์

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ตัวอย่างที่ 3 ถ้าค่าจ้างแรงงานต่อวันของคนในโรงงานใหญ่แห่งหนึ่ง มีค่าเฉลี่ย 180 บาท ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 5 บาท ถ้าสุ่มคนงานมา 75 คน จงหาความน่าจะเป็นที่คนงานจะได้ค่าจ้างแรงงานต่อวันโดยเฉลี่ยระหว่าง 179 และ 181 บาท

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ทฤษฎีบท 4 ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n_1 และ n_2 มาโดยอิสระกันจาก 2 ประชากร โดยประชากรที่ 1 มีค่าเฉลี่ย μ_1 และความแปรปรวน σ_1^2 ส่วนประชากรที่ 2 มีค่าเฉลี่ย μ_2 และความแปรปรวน σ_2^2 แล้วได้ว่า $\overline{X_1}-\overline{X_2}$ มีค่าเฉลี่ย $\mu_1-\mu_2$ และความแปรปรวน $\frac{\sigma^2{}_1}{n_1}+\frac{\sigma^2{}_2}{n_2}$ โดย

$$Z=\frac{\left(\overline{X_1}-\overline{X_2}\right)-\left(\mu_1-\mu_2\right)}{\sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1}+\frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}}$$

ตัวอย่าง 4 ถ้าหลอดอิเล็กทรอนิกที่ผลิตจากโรงงานที่ 1 มีอายุการใช้งานเฉลี่ย $1,400$ ชม. และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 200 ชม. ในขณะที่หลอดอิเล็กทรอนิกที่ผลิตจากโรงงานที่ 2 มีอายุการใช้งานเฉลี่ย $1,200$ ชม. และมีค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน 100 ชม. ถ้าสุ่มหลอดอิเล็กทรอนิกที่ผลิตจากโรงงานที่ 1 และ 2 มาจำนวนเท่ากันคือ 125 หลอด จงหาความน่าจะเป็นที่หลอดอิเล็กทรอนิกที่ผลิตโดยโรงงานที่ 1 จะมีอายุการใช้งานเฉลี่ยมากกว่าหลอดอิเล็กทรอนิกที่ผลิตจากโรงงานที่ 2 อย่างน้อย 160 ชม.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

ทฤษฎีบท 5 ถ้าสุ่มตัวอย่างขนาด n จากประชากรที่มีสัดส่วนของคุณลักษณะที่สนใจ p แล้วได้ว่า $\hat{p}$ มีการแจกแจงใกล้เคียงแบบปกติ ที่มีค่าเฉลี่ย p และความแปรปรวน $\frac{pq}{n}$ หรือ

$\hat{p} \sim N(p, \frac{pq}{n})$ เมื่อ n มีขนาดใหญ่พอ และได้ว่า

$$Z=\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}} \qquad \text{โดย } \hat{p}=\frac{X}{n}$$

ทั้งนี้จะถือว่า n มีขนาดใหญ่พอ ถ้ามีค่ามากกว่าเท่ากับ 30

ตัวอย่าง 5 เป็นที่ทราบกันดีว่าร้อยละ 60 ของนักเรียนชายระดับอาชีวศึกษาสูบบุรี่เป็นประจำ ถ้าสุ่มนักเรียนชายระดับอาชีวศึกษามา 205 จงหาความน่าจะเป็นที่จะมีนักเรียนสูบบุรี่อย่างน้อยร้อยละ 66

....

....

....

....

....

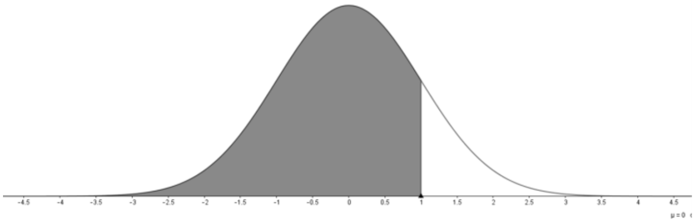
....

....

....

....

ตาราง การแจกแจงความน่าจะเป็นแบบปกติมาตรฐาน



Z	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0	0.5	0.504	0.508	0.512	0.516	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5519	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.591	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.648	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.67	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.695	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.719	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.758	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.791	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.834	0.8365	0.8389
1	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.877	0.879	0.881	0.883
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.898	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.937	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.975	0.9756	0.9761	0.9767
2	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.983	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.985	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.989
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.992	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.994	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.996	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.997	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.998	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.999	0.999
3.1	0.999	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	9997	0.9998